Jiří Vlček

ZÁKLADY ELEKTROTECHNIKY

základní elektronické obvody
odpor
kapacita
indukčnost
dioda
tranzistor
magnetizmus
střídavý proud
silnoproud
technologie
technické kreslení

Jiří Vlček

Základy elektrotechniky

Kniha vychází z publikací schválených MŠMT ČR
pro výuku na středních a vyšších odborných školách.

Třetí opravené a doplněné vydání

Praha 2006

Obsah

Tato publikace se skládá ze čtyř samostatných celků, které vznikaly postupně, mají samostatné číslování kapitol i obrázků a trochu odlišnou grafickou úpravu. Jejich sloučení zjednoduší distribuci a sníží cenu. Kurz základů elektroniky již dříve vyšel. Ve 3. vydání byla publikace doplněna o kapitolu Technické kreslení.

ZÁKLADY ELEKTROTECHNIKY – úvod

První kapitola seznamuje čtenáře s definicí základních veličin, Ohmovým zákonem, sériovým a paralelním řazením rezistorů, základními metodami řešení lineárních obvodů. Další kapitoly se zabývají elektrostatickým polem (kapacita kondenzátoru), magnetismem (permanentní magnet, cívka, elektromagnetická indukce) a střídavým proudem (řešením RLC obvodů pomocí fázorů a komplexních čísel).

Publikace je vhodná nejen pro 1. a 2. ročník SPŠE, ale i pro všechny technické a všeobecné střední školy a SOU, kde se elektrotechnika probírá. Celou tuto problematiku a hlavně řešené příklady jsem se snažil zpracovat co možná **nejstručněji** a s ohledem na **praktické využití**.

Při kreslení obrázků mám určitá technická omezení, věřím, že to čtenáři pochopí.

1 Proudové pole

Veličiny proudového pole

Elektrický proud je dán uspořádaným pohybem elektrických nábojů v určitém směru

I = Q/t [A, C : s].

Proud 1 A představuje náboj jednoho coulombu, který projde vodičem za 1 sekundu. Elektrický proud značíme písmenem **I**, jednotkou je **ampér (A)**. Definujeme jej pomocí silových účinků proudového pole. **Elektrický náboj** značíme **Q** a udáváme jej v **coulombech (C)**. V každém atomu existuje kladný náboj – proton a záporný náboj – elektron. Náboj nelze od částice oddělit. Nejmenší velikost má náboj elektronu. Označujeme jej $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$C . (1 C = $6{,}242 \cdot 10^{18}$ elektronů). Hmotnost elektronu $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-28}$kg.

Elektrický náboj se udává často v ampérhodinách (Ah). 1 Ah = 3 600 As = 3 600 C. Touto veličinou se udává např. náboj (nepřesně kapacita) baterie.

Příčinou elektrického proudu je zdroj elektrické energie, který vytváří **elektrické napětí**. Značíme jej **U** a udáváme jej ve **voltech (V)**. **Mezi dvěma body je napětí 1V, pokud k přenesení náboje 1 C mezi nimi musíme vykonat práci 1 J.**

U = A/Q [V, J, C]

Vodič se průchodem proudu zahřívá. Nosiče náboje – (nejčastěji volné elektrony kovů) narážejí na jádra atomů a způsobují jejich pohyb – teplo.

Proudová hustota J = I/S, udává se v ampérech na m^2 (častěji v A/mm^2). Aby se vodič průchodem proudu příliš nezahříval, nemá být proudová hustota obvykle vyšší než 4 A/mm^2 (platí pro měď nebo hliník).

Příklad: Vodičem prochází proud 0,5 A. Vypočítejte jeho minimální průměr, pokud nesmí být překročena proudová hustota 4 A/mm^2.

$S = I/J = 0{,}5/4 = 0{,}125$ (mm^2)
$S = \pi d^2/4$ $\quad d = \sqrt{(4S/\pi)} = 0{,}4$ mm

Výsledek zaokrouhlíme nahoru na nejbližší vyráběnou hodnotu.

Intenzita elektrického pole E udává jak se mění napětí v závislosti na délce vodiče **l,** udává spád napětí.

S elektrickým polem a jeho intenzitou setkáváme nejen ve vodičích, ale především v nevodivém prostředí.

E = U/l (V/m, V, m)

Proud a napětí jsou veličiny skalární – celkové. Používají se pro homogenní proudové pole. Proudová hustota a intenzita elektrického pole jsou veličiny vektorové – místní. Používají se v nehomogenním (nestejnorodém) elektrickém poli.

Ohmův zákon – elektrický odpor

Elektrický odpor R vyjadřuje vlastnosti prostředí, kterým prochází elektrický proud. Každý vodič má elektrický odpor. Součástka, jejíž základní vlastností je odpor, se nazývá **rezistor** (hovorově též odpor, není ale správné).

R = U/I (Ω, V, A)

Jednotkou elektrického odporu jsou ohmy (kiloohmy kΩ, megaohmy MΩ). V slaboproudé technice je výhodnější často dosazovat napětí ve voltech, proud v miliampérech a odpor v kiloohmech. **Vodič má odpor 1 ohm, jestliže na něm při proudu 1 A naměříme úbytek napětí 1 V.**

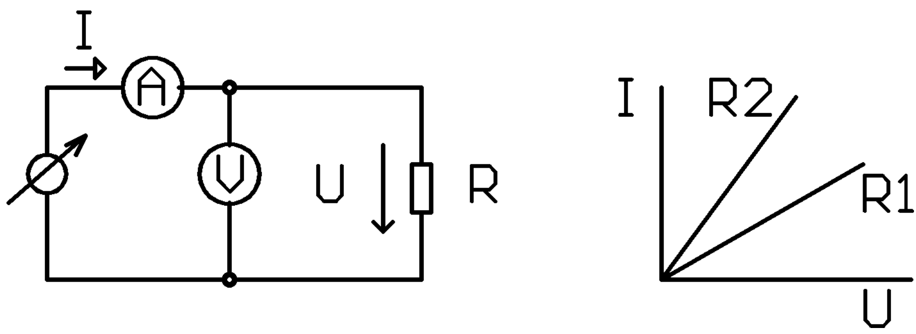
O platnosti Ohmova zákona se můžeme přesvědčit jednoduchým pokusem:

Připojíme rezistor k regulovanému zdroji napětí, pro měření proudu zapojíme ampérmetr A (do série s rezistorem), pro měření napětí voltmetr V (paralelně s rezistorem). Postupně zvyšujeme napětí zdroje, do tabulky zapíšeme naměřené hodnoty proudu a napětí. Naměřené hodnoty graficky znázorníme.

Závislost proudu na napětí (voltampérová – VA charakteristika) je přímka, která prochází počátkem souřadnic. Říkáme, že **závislost napětí a proudu je lineární**, rezistor je tedy **lineární součástka**. Obvod složený pouze z lineárních součástek se nazývá **lineární obvod**. Nahradíme-li původní rezistor R_1 jiným (v tomto případě menším) rezistorem R_2 získáme jiné hodnoty. Pro každý rezistor bude platit, že poměr napětí a proudu je vždy konstantní (VA charakteristika je přímka).

Stejných výsledků bychom dosáhli, kdybychom místo rezistorů použili vodiče z různých materiálů, různé délky a různého průřezu. Elektrický odpor je charakteristickou vlastností každého vodiče.

Odpor vodiče je přímo úměrný jeho délce, nepřímo úměrný jeho průřezu. Vlastnosti materiálu popisuje veličina **měrný odpor** ς (rezistivita), která se číselně rovná odporu vodiče 1 m dlouhého o průřezu 1 m^2.



Obr. 1.1 Ověření Ohmova zákona (V = voltmetr, A = ampérmetr)

Odpor vodiče **R = ς . 1/S** (Ω, Ω . m, m, m^2)

V praxi se udává měrný odpor jako odpor vodiče dlouhého 1 m o průřezu 1 mm^2 (Ω . mm^2 m^{-1})

Převrácenou hodnotou elektrického odporu je vodivost. Značí se G, jednotka siemens (S). Vodič má vodivost 1 siemens, má-li odpor 1 **Ω**. Obdobně definujeme měrnou vodivost **G = 1/R = I/U (S, A, V) = γS/l, kde γ = 1/ς je měrná vodivost.**

Teplotní závislost odporu

Měrný odpor se udává při teplotě 20 °C. S rostoucí teplotou jeho hodnota u kovů roste (tepelný pohyb atomů překáží pohybu volných elektronů). U nevodičů a polovodičů se naopak s rostoucí teplotou zvyšuje pravděpodobnost roztržení vazby mezi ionty nebo uvolnění elektronů. Tím se odpor snižuje.

Teplotní závislost měrného odporu na teplotě udává koeficient α **– teplotní součinitel odporu (K^{-1})**. Číselně vyjadřuje poměr změny odporu při ohřátí o 1 K k jeho původní velikosti. Velikost odporu v závislosti na oteplení bude $R = R_{20}$ [1 + α (t – 20 °C)], kde R_{20} je velikost odporu při teplotě 20 °C.

Nejlepšími vodiči jsou stříbro, **měď** a hliník. Nejpoužívanější je měď. Stříbro je příliš drahé. Hliník je sice levnější než měď, snadno se ale láme, vlivem tlaku se deformuje (uvolnění kontaktů na svorkovnicích a velmi těžko se pájí).

Tab. č. 1

Kov	**Měrný odpor (Ωmm^2m^{-1})**	α **(K^{-1})**
stříbro	0,016 3	0,004
měď	0,017 8	0,004 2
hliník	0,028 5	0,004
zlato	0,023	0,003 7
železo	0,1	0,005 5
konstantan	0,5	$2{,}10^{-6}$

Zlato se používá k povrchové úpravě kvalitních konektorů

Existují speciální slitiny (konstantan, manganin) a s minimálním teplotním součinitelem odporu.

Z výše uvedených vztahů $I = J \,.\, S$, $U = E \,.\, l$, $\mathbf{R} = \varsigma \,.\, l/\mathbf{S}$ po dosažení do Ohmova zákona $U = R \,.\, I$ získáme vztah mezi proudovou hustotou a intenzitou elektrického pole. (Ohmův zákon v diferenciálním tvaru).

$$\mathbf{E} = \varsigma\mathbf{J},\ \mathbf{J} = \gamma\mathbf{E}$$

Tyto vztahy platí v každém místě vodiče. Jejich sumarizaci v homogenním prostředí vznikne integrální tvar Ohmova zákona $U = R \,.\, I$

Příklad: Jak velký odpor má měděný vodič délky 15 m o průměru 0,1 mm? Jaký úbytek napětí na něm vznikne, protéká-li jím proud 0,1 A?

$$\mathbf{S} = \pi\mathbf{d}^2/\mathbf{4} = 3{,}14 \,.\, 0{,}1^2/4 = 0{,}00785\ \mathrm{mm}^2$$
$$\mathbf{R} = \varsigma \,.\, \mathbf{l/S} = 0{,}0178 \,.\, 15/0{,}00785 = 34\ \Omega$$
$$\mathbf{U} = \mathbf{R} \,.\, \mathbf{I} = 34 \,.\, 0{,}1 = 3{,}4\ \mathrm{V}$$

Vidíme, že příliš malý průměr vodiče ve srovnání s protékajícím proudem není vhodný (ve výše uvedeném případě 12,73 $\mathrm{A/mm}^2$). Vzniká na něm velký úbytek napětí, vodič se zahřívá a může se přepálit (viz dále).

Pro srovnání vypočítáme stejný příklad pro d = 0,4 mm.

$S = 0{,}125\ \mathrm{mm}^2$, $R = 2{,}1\ \Omega$. Zvětšením průměru 4krát se odpor vodiče zmenšil 16krát.

Příklad: Jaký musí být průměr měděného vodiče, který je dlouhý 2 m, aby na něm při proudu 4 A byl úbytek napětí 0,5 V?

$$R = U/I = 0{,}5/4 = 0{,}125\ \mathrm{W}$$
$$S = \varsigma l/R = 0{,}0178 \,.\, 2/0{,}125 = 0{,}285\ \mathrm{mm}^2$$
$$d = \sqrt{(4S/\pi)} = \sqrt{0{,}3628} = 0{,}6\ \mathrm{mm}$$

Příklad: O kolik procent vzroste odpor měděného vinutí transformátoru při zvětšení teploty z 20 °C na 60 °C?

$$R = R_{20}(1 + \alpha(t_2 - 20)) = R_{20}(1 + 0.0042 \,.\, (60 - 20)) = R_{20}(1 + 0{,}168)$$

Odpor vzroste o 16,8 %.

Příklad: Jak dlouhý musí být měděný vodič, aby měl při teplotě 100 °C odpor 0,8 Ω při průměru 1,5 mm^2?

$$R_{100} = R_{20}(1 + 0{,}0042 \,.\, 80) = 1{,}336 \,.\, R_{20}\ (\Omega)$$
$$R_{20} = R_{100}/1{,}384 = 0{,}8/1{,}384 = 0{,}599\ \mathrm{W} = 0{,}6\ \Omega \text{ odpor při teplotě } 20\ °\mathrm{C}$$
$$S = \pi d^2/4 = 3{,}14 \,.\, 1{,}5^2/4 = 1{,}766\ \mathrm{mm}^2$$
$$l = R_{20} \,.\, S/\varsigma = 0{,}6 \,.\, 1{,}766/0{,}0178 = 59{,}53\ \mathrm{m}$$

Práce, výkon a tepelné účinky elektrického proudu

Z definice napětí (práce potřebná k přenesení náboje) můžeme snadno odvodit vztah mezi výkonem, proudem a napětím (Joule-Lencův zákon)

$A = Q\,.\,U = I\,.\,t\,.\,U$ $\qquad$ $P\,.\,t = I\,.\,t\,.\,U$ $\qquad$ $\mathbf{P = I\,.\,U}$ (W, A, V)

Tímto vzorcem je možné také definovat napětí: 1 volt je napětí, při němž se na vodiči proudem 1 A vyvine výkon 1 W.

Elektrická práce, kterou vykoná stejnosměrný proud mezi dvěma místy v proudovém obvodu za určitou dobu je dána napětím U mezi těmito místy, proudem I a dobou t, po kterou tento proud obvodem prochází.

Elektrický proud, který obvodem prochází je vlastně pohybem elektrických nábojů, který koná práci. Práce se mění v teplo. Ztrátový výkon na vodiči nebo na rezistoru můžeme po dosazení do Ohmova zákona vypočítat ze vztahů:

$$\mathbf{P = U\,.\,I = U^2/R = R\,.\,I^2}$$

Při výpočtu používáme kterýkoliv z těchto vzorců. U výše uvedených příkladů vypočítejte ztrátový výkon na vodiči všemi způsoby, ověřte shodnost výsledků.

Při daném odporu vodiče jsou tepelné ztráty na vodiči úměrné druhé mocnině procházejícího proudu. Při přenosu elektrické energie na velkou vzdálenost používáme vysokých napětí a tím i malých proudů, abychom tyto ztráty snížili na minimum.

Elektrickou práci udáváme buď v **joulech** (wattsekunda) nebo v **kilowatthodinách**

$$\mathbf{1\ kWh = 3{,}6\,.\,10^6\ J}$$

V elektrických zařízeních (motor, transformátor) dochází k přeměně energie z jedné formy na druhou. Využití energie není nikdy stoprocentní, část energie se ztrácí ve formě tepla. Definujeme **příkon P_1, výkon P_2 a účinnost** η

$$\eta = \mathbf{100\ \%\,.\,P_2/P_1\ (\%, W, W)}$$

Příklad: Topnou spirálou vařiče prochází při napětí 220 V proud 2,5 A. Jakou práci vykoná elektrický proud za 40 minut? Jaký je příkon vařiče?

$P = U\,.\,I = 220\,.\,2{,}5 = 550$ W – příkon vařiče
$A = P\,.\,t = 550\,.\,40\,.\,60 = 1\,320\,000\ \mathrm{J} = 0{,}367$ kWh

Příklad: Motor odebírá při napětí 230 V proud 1,2 A. Jaký je jeho výkon, pokud účinnost je 90 %.

P_1 (příkon) $= U\,.\,I = 230\,.\,1{,}2 = 276$ W
P_2 (výkon) $= P_1\,.\,\eta = 276\,.\,0{,}9 = 248{,}4$ W

Příklad: Na rezistoru 100 Ω jsme naměřili úbytek napětí 5 V. Jak velký proud jím teče a jak velký je ztrátový výkon?

$R = U/I = 5/100 = 0{,}05\ A = 50\ mA$
$P = U^2/R = 5^2/100 = 0{,}25\ W$ nebo $P = U\ .\ I = 5\ .\ 0{,}05 = 0{,}025\ W$

Příklad: Rezistor má hodnotu 4,7 Ω a maximální dovolené výkonové zatížení 0,2 W. Jak velký proud jím může protékat a jak velké napětí na něm může trvale být?

$U = \sqrt{(PR)} = \sqrt{(0{,}2\ .\ 4{,}7)} = \sqrt{0{,}94} = 0{,}97\ V$
$I = \sqrt{(P/R)} = \sqrt{(0{,}2/4{,}7)} = \sqrt{0{,}04255} = 0{,}206\ A$

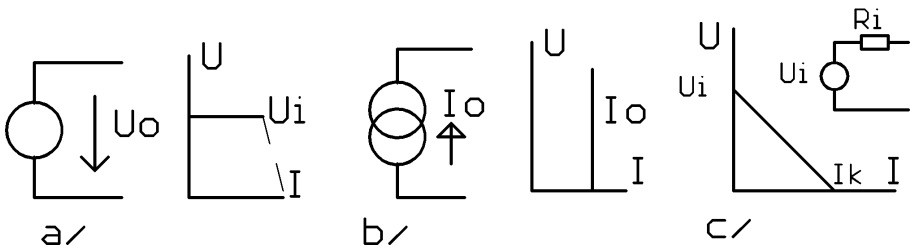
Zdroje napětí a proudu

Zdroje dodávají do elektrického obvodu napětí a proud a tím i výkon. Zdrojem stejnosměrného napětí je nejčastěji **baterie** (akumulátor), kde vzniká napětí a proud díky chemickým reakcím. Zdrojem střídavého napětí jsou nejčastěji **generátory** v elektrárnách. Ze střídavého napětí můžeme vyrobit stejnosměrné v přístroji, který se nazývá **laboratorní zdroj.**

Vývody stejnosměrného zdroje označujeme + a – . Technický směr proudu byl dříve zaveden od + k –. K později se zjistilo, že směr pohybu elektronů, které jsou nositeli proudu je opačný. Při řešení obvodů používáme ideální zdroje. **Ideální zdroj napětí** dává **konstantní napětí** bez ohledu na velikost odebíraného proudu. **U skutečného zdroje dochází** vždy **při odběru proudu k poklesu** svorkového **napětí**. Napětí zdroje **naprázdno** nazýváme **vnitřní napětí zdroje U_i**. V sérii s tímto zdrojem je **vnitřní odpor zdroje R_i.**

Závislost svorkového napětí na odebíraném proudu vyjadřuje **zatěžovací charakteristika**. Ve většině případů (lineární zdroje) se jedná o přímku, která spojuje 2 body U_i a I_k, kde I_k je zkratový proud zdroje $I_k = U_i/R_i$. U většiny zdrojů musíme zajistit, aby nepracovaly do zkratu, jinak hrozí jejich zničení akumulátory (např. autobaterie) mají velmi malý vnitřní odpor (řádově 0,1 Ω), jejich zkratový proud je 100–200 A. Tepelné účinky tohoto proudu mohou být nebezpečné.

Běžné tužkové monočlánky mají vnitřní odpor řádově 1 Ω, při zkratu se silně zahřejí a brzy se zničí.



Obr. 1.2
a) Schematická značka a zatěžovací charakteristika ideálního zdroje napětí (čárkovaně působení proudové pojistky)
b) Schematická značka a zatěžovací charakteristika ideálního zdroje proudu
c) Náhradní schéma a zatěžovací charakteristika skutečného lineárního zdroje

Laboratorní (stabilizovaný) zdroj se chová jako ideální zdroj napětí. Při překročení přednastaveného proudového odběru (jednotky miliampér až jednotky ampér) dojde k prudkému poklesu napětí, aby se zdroj nezničil nebo se nepoškodily obvody k němu připojené. Odpor sítě (400/230 V) je rovněž velmi malý. Proti zkratu je rozvod napětí chráněn jističi. Zkratový proud by jinak poškodil vedení a mohl způsobil požár.

Ideální zdroj proudu má **nekonečně velký vnitřní odpor**. Dodává do zátěže stále **stejný proud** nezávisle na velikosti připojené zátěže.

Zdroje napětí můžeme bez problémů zapojovat do série za účelem zvýšení napětí. Při paralelním zapojení na účelem zvýšení odběru proudu je nutná velká opatrnost. Zdroje musí mít stejné s vnitřní napětí i vnitřní odpor, jinak hrozí jejich zničení vyrovnávacími proudy.

1. KIRCHHOFFŮV ZÁKON – algebraický **součet proudů do uzlu vstupujících se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících.** Uzel je místo, kde se stýkají 2 nebo více vodičů. Tento zákon je v podstatě zákonem zachování elektrického náboje. Znaménkem, které proudům přiřadíme, rozlišujeme proudy do uzlu vstupující (např. +) a proudy z uzlu vystupující (např. –).

Jako příklad si odvodíme vzorec pro **PARALELNÍ ŘAZENÍ REZISTORŮ.**

Pro uzel A platí: $I = I_1 + I_2$ do tohoto vztahu dosadíme:

$I_1 = U/R_1$ $\quad$ $I_2 = U/R_2$ $\quad$ $R = U/I$ $\quad$ na všech rezistorech je **stejné napětí**

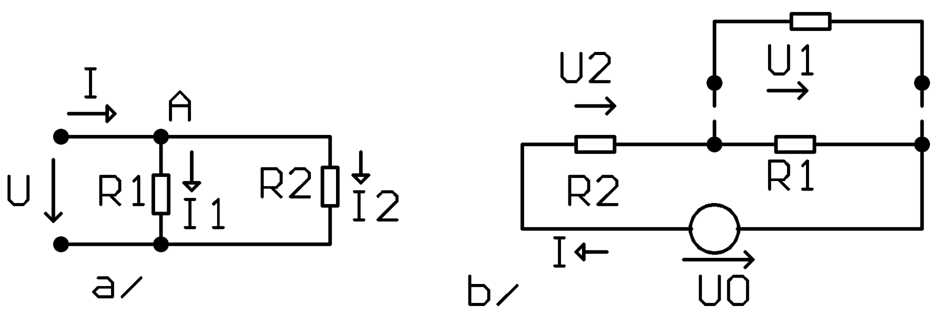
$U/R = U/R_1 + U/R_2$ $\quad$ vydělíme U

$\mathbf{1/R = 1/R_1 + 1/R_2}$ $\quad$ častěji uvádíme ve tvaru $\mathbf{R = (R_1R_2)/(R_1+R_2)}$

2. KIFHOFFŮV ZÁKON – algebraický **součet svorkových napětí zdrojů a všech úbytků napětí na spotřebičích v uzavřené smyčce se rovná 0 nule.** Smyčka je uzavřená dráha v části obvodu. Tento zákon je zákonem zachování energie.

Při průchodu náboje elektrickým polem vzniká práce. Napětí na každém spotřebiči je dáno prací potřebnou k přemístění náboje. Projde-li náboj po uzavřené dráze musí být tato nulová, náboj se vrátí do místa stejného potenciálu (potenciál = napětí vůči referenčnímu uzlu – zemi).

Jako příklad použití si odvodíme vzorec pro **SÉRIOVÉ ŘAZENÍ REZISTORŮ**.



Obr. 1.3 Odvození vzorce pro a) paralelní (dělič proudu), b) sériové (dělič napětí) řazení rezistorů

$R_1I + R_2I - U_o = 0$
$(R_1 + R_2)\, I = U_o \quad R = U_o/I$ $\quad \mathbf{R = R_1 + R_2}$ všemi rezistory teče **stejný proud**

V obvodu vyznačíme šipkou smysly proudů v jednotlivých smyčkách. Směr proudu si můžeme zvolit libovolně. Pokud proud vyjde záporný, znamená to, že jeho směr je opačný.

Vyjdeme od zvoleného uzlu a postupujeme smyčkou stále stejným směrem. Součiny R . I zapisujeme jako kladné, pokud je-li směr proudu totožný se směrem našeho postupu ve smyčce. Viz metoda smyčkových proudů popsaná v [3].

Dělič napětí

Z výše uvedeného obrázku b sériového zapojení rezistorů si odvodíme důležitý vztah pro dělič napětí

$U_1 = R_1I \qquad U_2 = R_2\, I \qquad U = (R_1 + R_2)\, .\, I$
$\mathbf{U_1/U} = R_1I/(R_1 + R_2)I = \mathbf{R_1/(R_1 + R_2)}$

Příklad: Jaký je výsledný odpor paralelního spojení dvou rezistorů o hodnotách l kΩ?

$R = R_1R_2/(R_1 + R_2) = 0{,}5\ (k\Omega)$

Zapamatujte si, že **odpor paralelního spojení dvou stejných rezistorů se rovná polovině hodnoty tohoto rezistoru.**

Přidáme-li k rezistoru paralelně jiný, jeho odpor se vždy zmenší.

Příklad: O kolik procent se sníží odpor, přidáme-li k rezistoru 4,7 kΩ rezistor 47 kΩ? R = 4,7 . 47/(4,7 + 47) = 4,273 kΩ = 90,9 % původní hodnoty. Pro přibližný odhad (abyste při experimentování nemuseli pořád brát do ruky kalkulačku) doporučuji předpokládat, že přidání paralelního rezistoru 10× (100×) většího sníží odpor daného rezistoru o 10 (1) %.

Příklad: Odhadněte odpor paralelního spojení dvou rezistorů 10 kΩ a 15 kΩ.

Odhad: Výsledný odpor je podobný jako odpor paralelního spojení dvou rezistorů 12,5 kΩ (aritmetický průměr obou hodnot to je 6,25 kΩ).

Výpočet: 10 . 15/(10+15) = 6 kΩ se příliš neliší od odhadu

Příklad: Navrhněte dělič napětí z 12 V na 5 V.

$U_1 = U\, .\, R_1/(R_1 + R_2) \qquad 5 = 12\, .\, R_1/(R_1 + R_2)$
$5/12 = R_1/(R_1 + R_2) \qquad 5/7 = R_1/R_2$

Úloha má nekonečně mnoho řešení, po která platí, že $R_1 : R_2 = 5 : 7$. Vidíme, že **napětí na rezistorech se v sériovém zapojení dělí v poměru jejich velikostí**.

Příklad: Navrhněte dělič napětí z 10 V na 4 V tak, aby jím tekl proud maximálně 5 mA.

Pro hodnoty R_1 a R_2 v mezním případě platí
$R_1 + R_2 = U/I = 10/5 = 2$ kΩ (dosazujeme V, mA, kΩ, je to pohodlnější)
$R_1/R_2 = 4/6 - R_1 = 2R_2/3$

Máme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých, kterou dále upravíme:

$2R_2/3 + R_2 = 2$ $5R_2/3 = 2$ $R_2 = 6/5 = 1{,}2\ k\Omega$ $R_1 = 0{,}8\ k\Omega$

Příklad: Jak se změní napětí z předchozího příkladu, když k děliči (paralelně k rezistoru R_1, jak je naznačeno na *obr. 1.3b*) připojíme paralelně rezistor 500 Ω. Jaký bude potom proud děličem?

$R_1' = 0{,}8 \,.\, 0{,}5/(0{,}5 + 0{,}8) = 0{,}4/1{,}3 = 0{,}31\ k\Omega$ (nové hodnoty označíme čárkou)
$U_1' = 10 \,.\, 0{,}31/(0{,}31 + 1{,}2) = 2{,}05\ V$ $I' = U/(R_1' + R_2) = 6{,}62\ mA$

Vidíme, že zatížením děliče rezistorem podobné nebo menší hodnoty, jako jsou rezistory v děliči, se napětí podstatně sníží, odběr proudu se zvýší.

Příklad: K děliči napětí složeném ze dvou rezistorů o hodnotách 1 kΩ připojíme paralelně k rezistoru R_1 rezistor 10 kΩ. Jak se změní výstupní napětí U_1?

Původní napětí: $U_1 = U_o/2 = 0{,}5\ U_o$
Nová hodnota rezistoru: $R_1' = 1 \,.\, 10/(1 + 10) = 0{,}909\ k\Omega$
Nové napětí: $U_1 = U_o \,.\, R_1/(R_1 + R_2) = U_o \,.\, 0{,}909/1{,}909 = 0{,}476\ U_o$
Napětí na děliči kleslo přibližně o 5%.

Čím větší rezistor k děliči paralelně zapojíme, tím menší bude změna výstupního napětí.

Příklad: Navrhli jsme dělič napětí $U_o = 12$ V, $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 3$ kΩ. Napájecí (vstupní) napětí U_o se ale změnilo z 12 V na $U_o' = 10$ V. Jak musíme upravit R_2, aby výstupní napětí děliče zůstalo zachováno?

$U_1 = 12 \,.\, 1/(3 + 1) = 3\ V$ původní napětí na děliči
$U_1 = 10 \,.\, 1/(3 + 1) = 2{,}5\ V$ nové napětí na děliči
$U_1 = U_o' \,.\, R_1/(R_1 + R_2')$ napětí na děliči po změně obvodu
$3 = 10 \,.\, 1/(1 + R_2')$
$R_2' = 7/3 = 2{,}33\ k\Omega$ R_2 musíme změnit na 2,33 kΩ

Druhý způsob: Proud děličem musí zůstat stejný.

$I = U_o/(R_1+R_2) = 3\ mA$ nebo $I = U_0'/(R_1+R_2') = 3\ mA$

na R_2' bude úbytek napětí 10 – 3 = 7 V
$R_2' = 7/3 = 2{,}33\ k\Omega$

K původnímu rezistoru R_2 musíme přidat rezistor R_p (pokud R_2 nechceme vyletovat z desky) tak, aby platilo $R_2' = R_2 \,.\, R_p / R_2 + R_p$.

$2{,}33 = 3R_p/(3 + R_p)$ $7 + 2{,}33\ R_p = 3R_p$ $7 = 0{,}66R_p$ $10{,}60\ k\Omega = R_p$

Příklad: Ke zdroji napětí U = 30 V jsou zapojeny v sérii 3 rezistory $R_1 = 5$ kΩ, $R_2 = 3$ kΩ, $R_3 = 7$ kΩ. Jaké napětí na nich bude?

Platí: $U_1 + U_2 + U_3 = U = 30$ V $\quad$ $\mathbf{U_1 : U_2 : U_3 = R_1 : R_2 : R_3} = 5 : 3 : 7$
$U_1 = 10$ V, $U_2 = 6$ V, $U_3 = 14$ V

Druhý způsob: Vypočítáme proud tekoucí obvodem a z Ohmova zákona vypočítáme napětí na rezistorech.

$I = U/(R_1 + R_2 + R_3) = 30/(5 + 3 + 7) = 2$ mA
$U_1 = 2R_1 = 10$ V $\quad$ $U_2' = 2R_2 = 6$ V $\quad$ $U_3 = 2R_3 = 14$ V

Nakonec zkontrolujeme, zda platí 2. Kirchhoffův zákon (kdyby náhodou neplatil, byla by ve výsledku chyba) $U = U_1 + U_2 + U_3$.

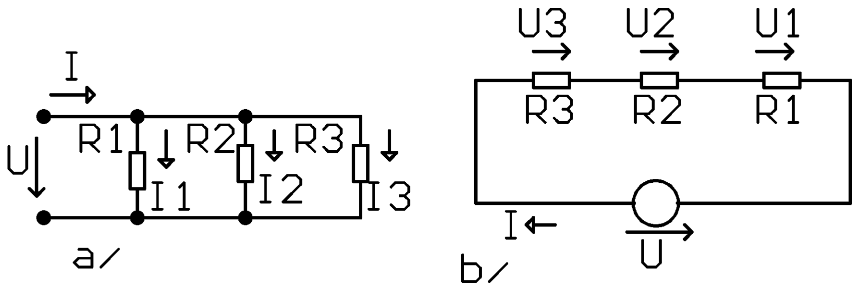
Příklad: Ke zdroji napětí 12 V jsou paralelně připojeny rezistory $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 4$ kΩ a $R_3 = 2$ kΩ. Vypočítejte proud tekoucí tímto obvodem a výsledný odpor této kombinace rezistorů. Výsledný proud bude součtem proudů jednotlivými rezistory.

$I_1 = U/R_1 = 12/1 = 12$ mA $\quad$ $I_2 = U/R_2 = 12/4 = 3$ mA
$I_3 = U/R_3 = 12/2 = 6$ mA $\quad$ $I = I_1 + I_2 + I_3 = 12 + 3 + 6 = 21$ mA
$R = U/I = 12/21 = 0{,}571$ kΩ

Druhý způsob: Vypočítat výsledný odpor a z něj pak proud.

$\mathbf{1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} = 1/(1 + 0{,}25 + 0{,}5) = 1/1{,}75$ $\quad$ $R = 0{,}571$ kΩ

Vidíme, že řešit elektronické obvody můžeme různými způsoby, všechny musí vést ke stejným výsledkům.



Obr. 1.4
a) paralelní, b) sériové řazení více rezistorů

Sérioparalelní řazení rezistorů

Při řešení složitějších obvodů provádíme jeho zjednodušení podle pravidel o sériovém a paralelním řazení rezistorů. Tento postup si ukážeme na následujících dvou příkladech.

Příklad: Vyřešte následující obvod (*obr. 1.5*). Vypočítáme výsledný odpor, celkový proud obvodem a případně další veličiny.

$R = R_1 + ((R_2 \text{ par. } R_3) \text{ par. } R_4)$ $R = 20 + 2{,}72 = 22{,}72\ \Omega$

Celkový proud obvodem $I_1 = U/R = 20/22{,}72 = 0{,}88$ A.
Úbytek napětí na R_1 bude $U_{R1} = R_1 \,.\, I_1 = 20 \,.\, 0{,}88 = 17{,}60$ V.
Úbytek napětí na $R_2\, R_{3,}\, R_4$ $U_{R2,3,4} = U - U_{R1} = 20 - 17{,}6 = 2{,}4$ V.

Nakonec vypočítáme proudy:

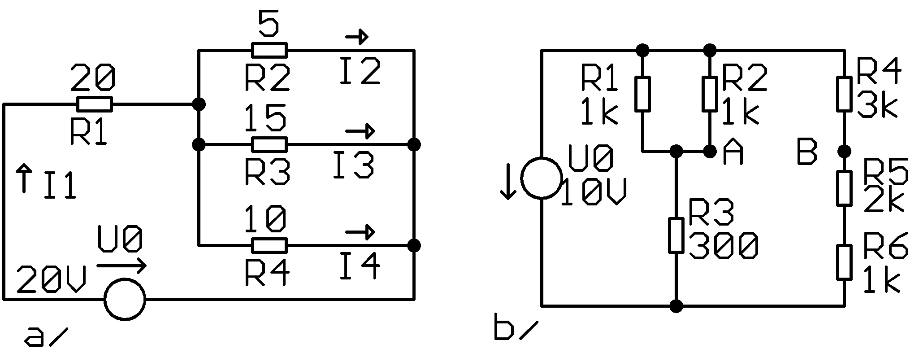
$I_2 = U_{R2,3,4}/R_2 = 2{,}4/5 = 0{,}48$ A $I_3 = U_{R2,3,4}/R_3 = 2{,}4/15 = 0{,}16$ A
$I_4 = U_{R2,3,4}/R_4 = 2{,}4/10 = 0{,}24$ A

Všimněte si, že platí 1. Kirchhoffův zákon $I_1 = I_2 + I_3 + I_4$ (kdyby náhodou přestal platit, počítejte znovu a pozorněji).

Tento obvod bychom mohli rovněž řešit **metodou uzlových napětí**. V obvodu je jeden nezávislý uzel, pro který sestavíme rovnici $I_1 = I_2 + I_3 + I_4$, do které dosadíme:

$(U - U_{R2,3,4})/R_1 = U_{R2,3,4}/R_2 + U_{R2,3,4}/R_3 + U_{R2,3,4}/R_3$ a kterou vyřešíme.

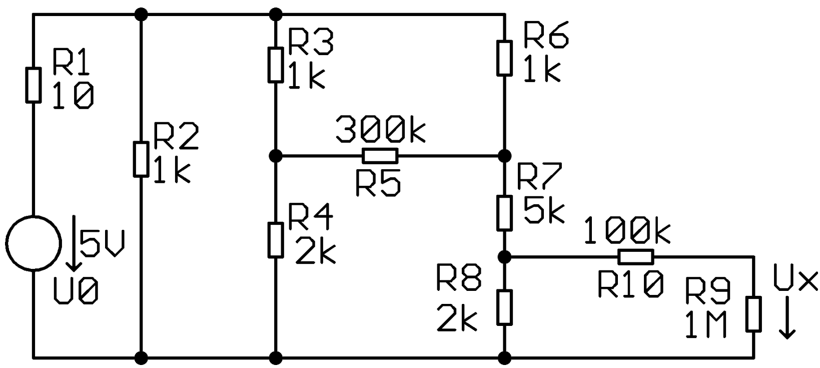
Příklad: Vypočítejte napětí mezi body A a B v obvodu b).
Obvod nejprve zjednodušíme. Sloučíme rezistory R_1, R_2 a R_5, R_6.



Obr. 1.5 Sérioparalelní řazení rezistorů

$R_1 \text{ par. } R_2 = R_{1,2} = 0{,}5\ \text{k}\Omega$ $R_5 + R_6 = R_{5,6} = 3\ \text{k}\Omega$
$U_A = U_o R_3/(R_3 + R_{1,2}) = 10 \,.\, 3/(0{,}3 + 0{,}5) = 3/0{,}8 = 3{,}75$ V
$U_B = U_o R_{5,6}/(R_4 + R_{5,6}) = 10 \,.\, 3/6 = 5$ V
$U_B - U_A = 1{,}25$ V

Při řešení (analýze) obvodů bychom si měli uvědomit, že na rozdíl od matematiky nikdy nezískáme přesné (exaktní) řešení. Skutečné rezistory mají výrobní tolerance (v současnosti typicky 1 %, dříve 5, 10 nebo 20 %). Jak poznáme později, v mnoha případech není absolutní přesnost příliš důležitá. Přesné řešení složitých obvodů je navíc poměrně složité, někdy vyžaduje i výpočetní techniku. Pokud je to možné, snažíme se proto obvod zjednodušit. Na následujícím příkladu si ukážeme některá pravidla pro **zjednodušování.**



Obr. 1.6 Zjednodušování složitých obvodů

Hodnota rezistoru R_1 je zanedbatelně malá oproti ostatním rezistorům. Proto jej nahradíme zkratem.

Rezistor R_2 je paralelně připojen ke zdroji napětí, můžeme jej vynechat. (Na samotném děliči R_1, R_2 je téměř plně napájecí napětí.)

Hodnota rezistoru R_5 je o 2 řády vyšší než hodnoty R_3, R_4, R_6, R_7, R_8. Vynecháním tohoto rezistoru může vzniknout chyba řádově 1 %.

Hodnoty R_{10} a R_9 jsou mnohem větší než hodnoty R_7 a R_8. Podle pravidla o rozdělení proudů paralelně zapojených rezistorech (proudy tekoucí jednotlivými rezistory jsou v převráceném poměru jejich hodnot) můžeme předpokládat, že proud tekoucí před R_9 a R_{10} bude zanedbatelný oproti proudu tekoucímu přes R_8 a rezistory R_9 a R_{10} neovlivní podstatným způsobem napětí na R_8. Po zkratování R_1, vynechání R_2 a R_5 a zanedbání R_9 a R_{10} vypočítáme napětí na rezistoru R_8.

$$U_{R8} = U_o \,.\, R_8/(R_8 + R_7 + R_6) = 5 \,.\, 2/(2 + 5 + 1) = 1{,}25 \text{ V}$$
$$U_x = U_{R8} \,.\, R_9/(R_9 + R_{10}) = 1{,}25 \,.\, 1 \,.\, 10^6/(1{,}1 \,.\, 10^6) = 1{,}136 \text{ V}$$

Tento příklad bychom mohli přesně vyřešit s použitím Theveninovy věty, případně transfigurace trojúhelník – hvězda (viz dále).

Nastavit děličem přesnou hodnotu napětí je často obtížné, protože rezistory se vyrábějí v určitých hodnotách – řada E_{12}, E_{24}. Je rovněž třeba si uvědomit, že návrh (syntéza) elektrických obvodů nedává jedno možné řešení. Optimální oblast řešení tvoří vždy určitý interval hodnot. Například při návrhu děliče napětí musíme dodržet vzájemný poměr hodnot rezistorů – dělicí poměr. Jejich velikost nemá být příliš malá, aby dělič neodebíral zbytečně velký proud, ani příliš velká, aby při zatížení děliče dalšími obvody se příliš nezměnila hodnota jeho výstupního napětí. Děličem by měl téct naprázdno proud alespoň 10× větší než proud tekoucí do připojeného obvodu.

Příklad: Navrhněte dělič napětí z 15 V na 5 V tak, abychom mohli výstupní napětí nastavit v rozsahu 4,5 až 5,4 V. Předpokládám odběr proudu z děliče menší než 10 mikroampér (viz *obr. 1.7*).

Zvolíme proud děličem naprázdno přibližně 100 mikroampér a dělící poměr 2/1. To znamená $R_1 + R_2 = 150$ kΩ, $R_1 = 47$ kΩ, $R_2 = 100$ kΩ a $P_1 = 10$ kΩ (běžně vyráběné hodnoty). Ověříme, zda výsledek odpovídá zadání, případně upravíme hodnoty součástek.

$U_{1min} = U_oR_1/(R_1 + R_2 + P_1) = 15 \,.\, 47/(47 + 10 + 100) = 4{,}49$ V
(jezdec P_1 vytočen směrem dolů)
$U_{1max} = U_o(R_1 + P_1)/(R_1 + P_1 + R_2) = 15(47 + 10)/(47 + 10 + 100) = 5{,}44$ V
(jezdec P_1 vytočen směrem nahoru)

Při návrhu podobných obvodů často děláme tzv. **toleranční analýzu**. To znamená, že zjišťujeme vliv změn jednotlivých veličin (napětí 15 V) a toleranci součástek (R_1, R_2).

Příklad: Jak se může klesnout hodnota U_o z předcházejícího příkladu, aby U_1 bylo možné nastavit maximálně na 5 V, jsou-li tolerance R_1 a R_2 5 %?

Dosadíme nejnepříznivější případ, tzv. $R_{1n} = 0{,}95 \,.\, 47 = 44{,}65$ kΩ,

$R_{2n} = 1{,}05 \,.\, 100 = 105$ kΩ, P_1 vytočíme na maximální napětí
$U_1 = 15 \,.\, (44{,}65 + 10)/(105 + 44{,}65 + 10) = 5{,}13$ V

Dělící poměr (U_1/U_o) je 0,342. Pro minimální napětí 5 V musí být $U_o = 5/0{,}342 = 14{,}61$ V.

Při návrhu elektronických obvodů nás v určitých případech musí kromě hodnoty rezistorů zajímat i jejich maximální **výkonové zatížení**, které nesmíme překročit.

Příklad: Jaké nejmenší hodnoty rezistorů bude mít odporový dělič z 30 V na 10 V, pokud chceme použít rezistory s maximálním ztrátovým výkonem 0,6 W?

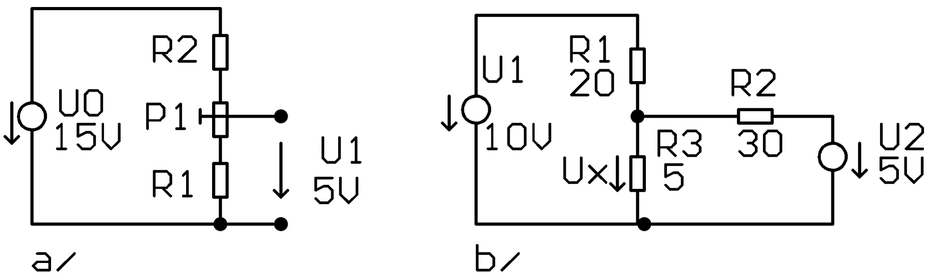
Na více zatíženém rezistoru R_2 (při stejném proudu je na něm větší napětí než na R_1) bude úbytek napětí 20 V. Pro výkonové zatížení 0,6 W vypočítáme maximální proud, který může téci děličem $I_{max} = P/U = 0{,}6/20 = 0{,}03$ A = 30 mA.

Z této hodnoty vypočítáme součet odporů děliče $R_1 + R_2 = U/I_{max} = 30/30 = 1$ kΩ.

Navrhneme jednotlivé odpory tak, aby byl přibližně dodržen požadovaný dělící poměr. Používáme běžně vyráběné hodnoty (řada E12, E24, viz [3]).

Vypočtené hodnoty zaokrouhlíme (u R_2 nahoru, aby se maximální výkon nepřekročil) na nejbližší vyráběné hodnoty a pro kontrolu vypočítáme s těmito hodnotami napětí na výstupu děliče. Pokud toto napětí potřebujeme přesně nastavit (jednorázově), přidáváme k rezistorům R_1 a R_2 paralelně další rezistory nebo použijeme odporový trimr.

$R_2 = 680\ \Omega \quad R_1 = 330\ \Omega \quad U_1 = 30 \,.\, 330/(330 + 680) = 9{,}8$ V



Obr. 1.7
a) Dělič napětí s odporovým trimrem
b) Obvod s více zdroji napětí

Princip superpozice

Pokud v lineárním obvodu působí **několik zdrojů současně**, určíme napětí nebo proud na libovolném prvku jako **součet příslušných napětí nebo proudů vyvolaných jednotlivými zdroji samostatně.**

Napětí nebo proud vyvolaný jednotlivými zdroji samostatně vypočítáme tak, že ostatní zdroje napětí nahradíme zkratem (případně zdroje proudu vyřadíme) a obvod vyřešíme stejně jako u předcházejících případů. (Superpozice platí pouze pro napětí a proud, pro výkon nikoliv – kvadratická závislost na U a I).

Příklad: Vypočítejte napětí U_x.

Příspěvek od U_1: $U_{x1} = U_1(R_{3\ par} R_2)/(R_1 + (R_{3\ par} R_2)U_2$ zkratováno
$U_{x1} = 10 . 4{,}29/(4{,}29 + 20) = 1{,}76$ V

Příspěvek od U_2: $U_{x2} = U_2(R_3$ par. $R_1)/((R_3$ par. $R_2) + R_2)$ U_1 zkratováno
$U_{x2} = 5 . 4/(4 + 30) = 0{,}59$ V

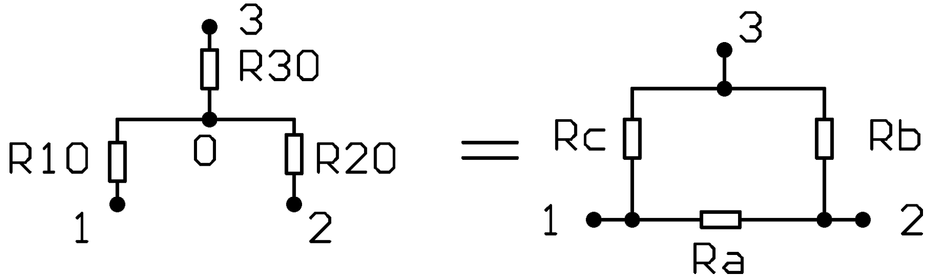
$U_x = U_{x1} + U_{x2} = 1{,}76 + 0{,}59 = 2{,}35$ V

Pro kontrolu můžeme obvod zkusit vyřešit metodou uzlových napětí, v obvodu je 1 nezávislý uzel, pro který sestavíme rovnici.

$(U_1 - U_x)/R_1 + (U_2 - U_x)/R_2 = U_x/R_3$
$(10 - U_x)/20 + (5 - U_x)/30 = U_x/5$ /. 60
$30 - 3U_x + 10 - 2U_x = 12U_x$
$40 = 17U_x$
$2{,}35 = U_x$

TRANSFIGURACE TROJÚHELNÍK – HVĚZDA (a hvězda – trojúhelník) se používá při zjednodušování zapojení, které není ani paralelní, ani sériové.

$R_{10} = R_aR_c/(R_a + R_b + R_c)$ $R_{20} = R_aR_b/(R_a + R_b + R_c)$
$R_{30} = R_bR_c/(R_a + R_b + R_c)$
$R_a = R_{10} + R_{20} + R_{10}R_{20}/R_{30}$ $R_b = R_{20} + R_{30} + R_{20}R_{30}/R_{10}$
$R_c = R_{10} + R_{30} + R_{10}R_{30}/R_{20}$



Obr. 1.8 Transfigurace trojúhelník hvězda

Theveninova věta

Libovolně složitý **lineární obvod** lze k jeho libovolným dvěma **svorkám nahradit obvodem ideálního zdroje napětí U_n v sérii s rezistorem R_n.** Napětí U_n bude **napětí na těchto svorkách naprázdno.**

Vnitřní odpor tohoto zdroje vypočítáme jako **odpor mezi výstupními svorkami, pokud je zátěž odpojena, zdroje napětí zkratovány a zdroje proudu odpojeny.**

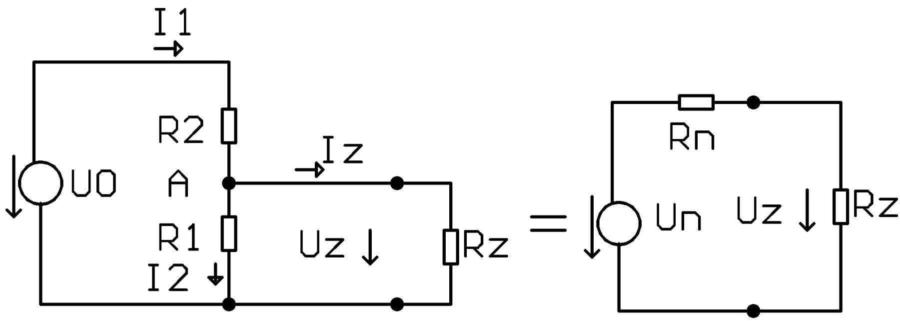
Odvození provedeme pro její nejjednodušší a taky nejčastější aplikaci – dělič napětí.

Pro uzel A platí 1. Kirchhoffův zákon

$I_1 - I_2 - I_z = 0$ I_z = proud do zátěže
$(U_0 - U_z)/R_1 - U_z/R_2 - I_z = 0$ vynásobíme R_1R_2
$(U_0 - U_z)\, R_2 - U_zR_1 - I_zR_1R_2 = 0$
$(U_0R_2 - U_z(R_1 + R_2) - I_zR_1R_2 = 0$

Napětí na zátěži $U_z = U_0R_2/(R_1 + R_2) - I_zR_1R_2/(R_1 + R_2)$.
Můžeme jej rovněž vyjádřit ve tvaru $U_z = U_n - R_nI_z$.

$U_n = UR_2(R_1 + R_2)$ napětí naprázdno na děliči
$R_n = R_1R_2/(R_1 + R_2)$ paralelní spojení R_1 a R_2

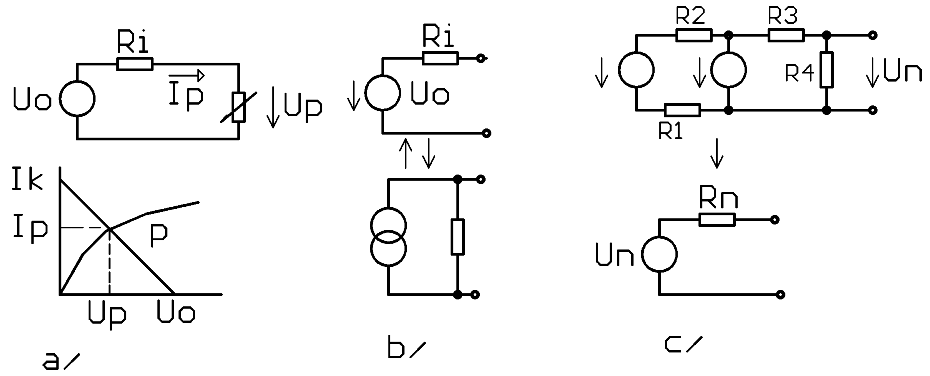


Obr. 1.9 Odvození Theveninovy věty

Nortonova věta

Libovolný **obvod složený z lineárních prvků** lze **nahradit** vzhledem k libovolným dvěma svorkám **obvodem obsahující ideální zdroj proudu I_0, ke kterému paralelně připojíme rezistor R_i.**

I_0 je proud, který by procházel **zkratovanými výstupními svorkami**. Odpor **R_i** vypočítáme jako **odpor mezi výstupními svorkami, pokud je zátěž odpojena, zdroje napětí zkratovány a zdroje proudu odpojeny.**



Obr. 1.10
a) Grafické řešení nelineárních obvodů
b) Obvod zjednodušený podle Nortonovy věty
c) Obecný obvod zjednodušený podle Theveninovy věty ($R_n = R_4$ par. R_3)

Příklady na Theveninovu větu a řešení nelineárních obvodů najde čtenář v [3].

Řešení nelineárních obvodů

Obvod obsahující alespoň jeden nelineární prvek je nelineární. Nejznámější nelineární prvky jsou **žárovka** (průchodem elektrického proudu se její vlákno rozžhaví a zvětší svůj odpor), **termistor** (vyroben z materiálu o vysokém – záporném teplotním součiniteli vodivosti, s rostoucí teplotou klesá jeho odpor, **pozistor** (s rostoucí teplotou roste odpor), **varistor** (s rostoucím napětím a intenzitou elektrického pole uvnitř jeho struktury se „otvírá“, jeho odpor se zmenšuje, slouží jako přepěťová ochrana).

Mezi nelineární součástky patří **všechny polovodiče – diody, tranzistory, integrované obvody**.

Matematické řešení takových obvodů, např. metodou smyčkových proudů nebo uzlových napětí by bylo velmi obtížné. Především bychom k němu museli znát matematickou rovnici **VA** (voltampérové) **charakteristiky** tohoto nelineárního prvku **I = f(U)**, kterou nemáme vždy k dispozici.

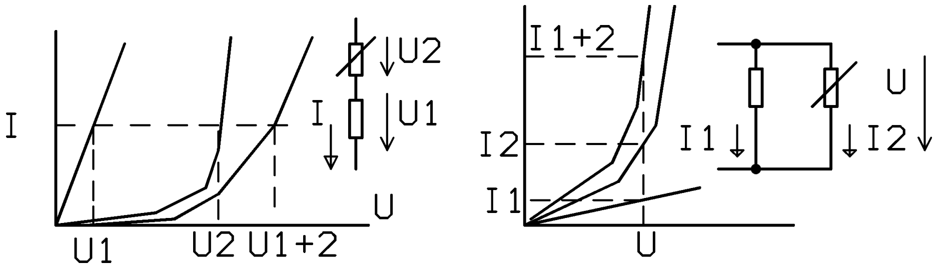
VA charakteristiky nelineárních prvků, pokud ji u daného prvku nenajdeme v katalogu výrobce, získáváme nejčastěji **měřením** (použijeme laboratorní zdroj, voltmetr, ampérmetr, schéma měřícího obvodu viz kapitola Ohmův zákon). Obvykle na osu x vynášíme napětí, na osu y proud.

Máme-li nelineární prvek připojen do obvodu s lineárními součástkami (zdroje napětí, zdroje proudu, rezistory), snažíme se celé zapojení **zjednodušit pomocí Theveninovy věty** tak, aby **zapojení obsahovalo ideální zdroj napětí v sérii s rezistorem (reálný zdroj), ke kterému je připojen nelineární prvek.**

Hledáme **pracovní bod** P nelineárního prvku, to znamená bod na jeho VA charakteristice určující napětí na tomto prvku a proud jím protékající. Ten leží na průsečíku zatěžovací přímky zdroje a VA charakteristiky nelineárního prvku. Zatěžovací přímka zdroje je určena napětím naprázdno U_o a proudem nakrátko I_k, kde $I_k = U_o/R_i$ (viz *obr. 1.10*).

Spojíme-li **dva prvky**, z nichž alespoň jeden je nelineární, **do série**, získáme jejich výslednou VA charakteristiku nejlépe jejich **grafickým sečtením**. Proud, který jimi protéká, je stejný. **Graficky sečteme napětí** na jednotlivých prvcích v co největším počtu bodů, ze kterých vytvoříme výslednou charakteristiku.

Při **paralelním zapojení** postupujeme obdobně. Napětí na obou prvcích je stejné, **sčítáme proudy** tekoucí přes jednotlivé prvky.



Obr. 1.11 Sériové a paralelní zapojení s nelineárními součástkami

2 Elektrostatické pole

Elektrické náboje, které jsou v klidu, se projevují silovými účinky a vytvářejí elektrické pole. Elektrické náboje jsou kladné (nedostatek elektronů) a záporné (přebytek elektronů). Souhlasné náboje se odpuzují, nesouhlasně přitahují. Coulombův zákon říká, že **síla, kterou náboje na sebe působí, je přímo úměrná součinu jejich velikosti a nepřímo úměrná druhé mocnině jejich vzdálenosti**

$\mathbf{F = k\, Q_1 Q_2 / r^2}$ (A, N . m^2 . C^{-2}, C, C, m)
$k = 1/(4\pi\varepsilon_o)$, kde ε_o **je permitivita vakua** (viz dále)
$\boldsymbol{\varepsilon_o = 8{,}854 \,.\, 10^{-12}}$ **F/m**
Intenzita elektrického pole E je síla působící na jednotkový kladný náboj
$\mathbf{E = F/Q}$ (N . C^{-1}, N, C).

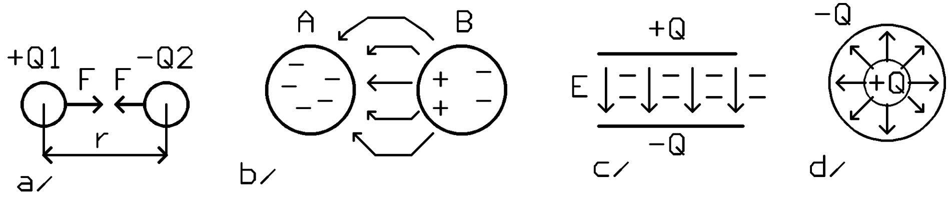
Je to vektorová veličina, která má v každém bodě elektrostatického pole o velikost a orientaci totožnou se smyslem síly, která na kladný jednotkový náboj působí.

Jednotkou intenzity elektrického pole je N/C (newton/coulomb), v praxi se používá V/m
[F] = J/m = V . A . s/m [Q] = C = A . s [E] = V/m
Intenzita elektrického pole se v každém místě rovná spádu napětí.

Každému bodu elektrostatického pole můžeme přiřadit určitý **potenciál** (napětí vůči jedné referenční elektrodě). Místa, která mají vzhledem k některé elektrodě **stejné napětí**, se nazývají **ekvipotenciální hladiny.**

Vektor intenzity elektrického pole je vždy **kolmý k ekvipotenciálním hladinám**. Ve vodičích je téměř nulová hodnota E, viz vztah J = γE. Kdyby tomu tak nebylo, blížila by se hodnota J nekonečnu.

Přiblížíme-li sobě dvě vodivá tělesa, jedno nabité např. záporným náboje (A), druhé bez náboje (B), nastane v nenabitém tělese posun elektrických nábojů. Poruší se jeho elektrická rovnováha. Volné elektrony jsou odpuzovány do vzdálenější části tělesa, do bližší části k tělesu a jsou přitahovány kladné náboje. Náboje ve vodiči B označujeme jako **indukované** a celý jev nazýváme **elektrostatickou indukcí**.



Obr. 2.1 Elektrostatické pole
a) síla působící mezi 2 nabitými tělesy
b) elektrická indukce
c) homogenní elektrické pole
d) nehomogenní elektrické pole

Elektrická indukce

Veličinu elektrostatická indukce označujeme D(C/m^2). Jedná se o podíl náboje Q indukovaného na ploše S.

D = Q/S

Jedná se o vektorovou veličinu, její směr je kolmý k ploše v takové poloze, kdy indukovaný náboj je největší.

Příčinou elektrické indukce je elektrický náboj (který je z tělesa A). Říkáme, že z tělesa A vychází **indukční tok Ψ**, který se číselně rovná tomuto náboji.

Ψ = Q = D . S

Gausova věta:

Indukční tok vycházející z libovolné uzavřené plochy se číselně rovná algebraickému součtu nábojů, které se nacházejí v prostoru omezeném touto plochou.

Příklad: Elektrostatické pole má konstantní intenzitu elektrického pole 15 kV/m. Jaké je napětí mezi 2 vodiči, které jsou od sebe vzdáleny 5 cm?

U = El = 15 . 0,05 = 0,75 kV = 750 V

Příklad: V prostoru mezi deskami je elektrická indukce 0,1 C/m^2. Plocha desek je 30 cm^2. Vypočítejte náboj na deskách

Q = D . S = 0,1 . 30 . 10^{-4} = 3 . 10^{-4}C

Elektrostatické pole zobrazujeme pomocí elektrických **siločar**. Jsou to myšlené čáry, které sledují směr silového působení těles. Začínají a končí vždy na povrchu vodivých těles. Jejich smysl je shodný se směrem pohybu kladného náboje vloženého do pole. V elektrostatickém poli neexistují uzavřené siločáry. Siločáry se nikdy neprotínají.

Na siločáry jsou kolmé tzn. **ekvipotenciály** – křivky spojující místa se stejným elektrickým potenciálem.

V **homogenním elektrostatickém poli** jsou **siločáry rovnoběžné**. Intenzita elektrického pole je zde konstantní. Příkladem je pole mezi 2 rovnoběžnými deskami kondenzátoru.

V nehomogenním elektrickém poli není hustota indukčních čar stejná, intenzita není konstantní. Příkladem je elektrostatické pole mezi 2 opačně nabitými koulemi, mezi 2 vodiči, mezi dvěma soustřednými válci (koaxiání vodič).

Homogenní a nehomogenní pole

Mezi intenzitou elektrického pole a elektrickou indukcí platí vztah **D =** ε**E**, ε **se nazývá permitivita dielektrika.**

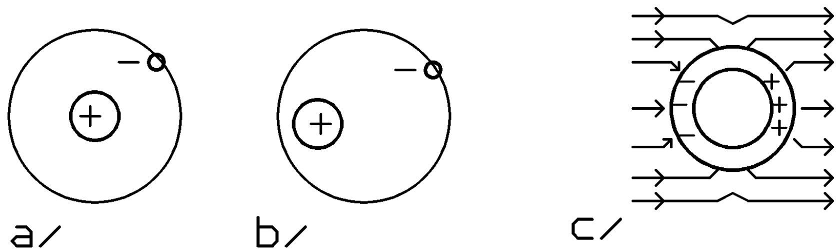
D = $\varepsilon_o\varepsilon_r$**E**, kde ε_o **je permitivita vakua** 8, 854 . 10^{-12}F/m a ε_r **je relativní permitivita** (bezrozměrná).

Permitivita je charakteristickou vlastností izolantů (jako u vodičů vodivost). V izolantech jsou elektrické náboje (elektrony) vázány na pevné místo. V izolantech může existovat elektrické pole které je polarizuje. Uvnitř atomů nebo molekul dochází k posunu nábojů, vznikají **dipóly.**

Relativní permitivita popisuje schopnost dielektrika se **polarizovat** působením elektrostatického pole. **Relativní permitivita vyjadřuje, kolikrát je intenzita elektrického pole v dielektriku menší než ve vakuu. Vztah mezi D a E** je u většiny materiálů **lineární**. Při překročení elektrické pevnosti se u dielektrika roztrhnou vazby mezi náboji, nastává **průraz**, dielektrikum se začne chovat jako vodič. **Elektrická pevnost** je důležitou vlastností izolantů, závisí na teplotě, vlhkosti, apod. Typické hodnoty jsou pro vzduch 2 až 3 kV/mm, olej 20 – 30 kV/mm, polystyrén, sklo, slída 20 – 80 kV/mm.

Pokud potřebujeme odstranit elektrostatické pole z určitého prostoru, obklopíme jej vodivým krytem – **stínící kryt**. Elektrostatické pole nemůže existoval uvnitř vodivého prostoru, elektrické siločáry vždy končí na povrchu vodiče.

Kapacita je schopnost vodiče vázat určitou velikost náboje při jednotkovém napětí. Součástky, jejichž základní vlastnost je kapacita, se nazývají **kondenzátory**. Jednotkou kapacity je **farad F**. **Kondenzátor má kapacitu 1 F, jestliže při napětí 1 V udrží náboj 1 C . C = Q/U.**



Obr. 2.2 Polarizace
a) atom nepolarizovaného dielektrika
b) polarizovaného dielektrika
c) princip stínění

V základní podobě tvoří kondenzátor 2 vodivé, rovnoběžné desky. Prostor mezi nimi je vyplněn dielektrikem.

Odvodíme vztah pro výpočet kapacity z rozměrů kondenzátoru. **S** = plocha desek, **d** = vzdálenost mezi nimi.

$Q = D \cdot S = \varepsilon_o \varepsilon_r E \cdot S = \varepsilon_o \varepsilon_r S \cdot U/d$
$\mathbf{C = Q/U = \varepsilon_o \varepsilon_r \cdot S/d}$

Jako dielektrikum se používá kondenzátorový papír, slída, keramika, plastové folie.

U elektrolytických kondenzátorů tvoří dielektrikum tenká vrstva vrstva kysličníku na povrchu hliníkové nebo tantalové elektrody. Ta se vytváří a udržuje působením elektrického proudu, je-li elektroda ponořena ve vhodném elektrolytu. Vývody těchto kondenzátorů jsou označeny + a –. Případná jejich záměna (přivedení napětí opačné polarity) by způsobila depolarizaci této vrstvy a tím zničení kondenzátoru.

Protože základní jednotka kapacity je příliš velká pro běžné použití, používají se menší jednotky: mikrofarad μF (10^{-6} F), nanofarad nF (10^{-9} F) a pikofarad pF (10^{-12} F). Za základní jednotku se často považuje v praxi pikofarad. Je-li např. ve schématu u kondenzátoru napsáno 100, znamená to 100 pF, 22 n znamená 22 nF, M1 = 0,1 mikrofaradu = 100 nF, 10 M (10 u) = 10 mikrofaradů, 2m2 = 2,2 milifarady = 2 200 mikrofaradů. Často se značí hodnota kondenzátorů číselným kódem. Např. 332 znamená 33 . 10^2 (pikofaradů) = 3,3 nF. 104 = 10 . 10^4 pF = 100 nF, apod.

Ze vzorce pro výpočet kapacity kondenzátoru vyplývá, že **kapacita je přímo úměrná ploše elektrod a nepřímo úměrná jejich vzdálenosti**. **Dielektrikum svojí polarizací zvětšuje kapacitu** – schopnost vázat elektrický náboj. Plochu elektrod zvětšujeme svitkovým uspořádáním.

Příklad: Stanovte kapacitu rovinného kondenzátoru $S = 10^3\ cm^2$, $d = 0{,}2$ mm, $\varepsilon_r = 5$

$C = \varepsilon_o \varepsilon_r S/d = 5 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-1}/(0{,}2 \cdot 10^{-3}) = 22{,}13 \cdot 10^{-9}\ F = 22{,}13\ nF$

Příklad: Plocha elektrod kondenzátoru je 6 . 10^4 cm^2, vzdálenost mezi nimi 0,5 mm. Jaká musí být minimální permitivita dielektrika, aby kapacita kondenzátoru nebyla menší než 470 nF?

$C = 6 . 8{,}854 . 10^{-12}/0{,}5 . 10^{-3} = 106{,}25$ nF
kapacita vzduchového kondenzátoru stejných rozměrů

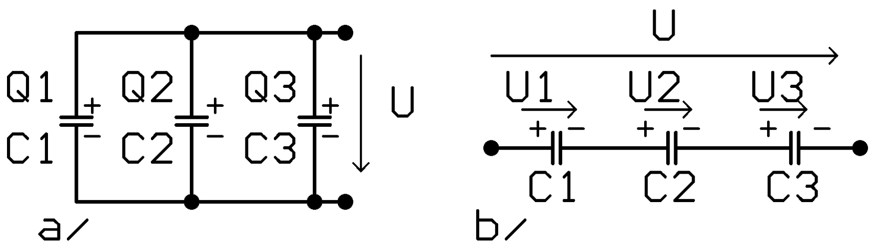
$\varepsilon_r = C_{s\ diel.}/C_{bez\ dielektrika} = 470/106{,}25 = 4{,}42$

Jaké bude průrazné napětí tohoto kondenzátoru, je-li průrazné napětí dielektrika 40 kV/mm?

$U_{průrazné} = E_p . d = 40 . 0{,}5 = 20$ kV

Maximální povolené napětí na kondenzátoru musí být pochopitelně výrazně menší než takto vypočtená hodnota. Je třeba brát v úvahu výrobní tolerance, vliv nečistot, vlhkosti, teploty apod. S rostoucí tloušťkou dielektrika vzrůstá průrazné napětí kondenzátoru, vzrůstá ale i jeho velikost.

Sériové a paralelní spojení kondenzátorů



Obr. 2.3 Zapojení kondenzátorů
a) paralelní
b) sériové

Při paralelním spojení je na všech kondenzátorech stejné napětí, náboj se rozdělí v poměru kapacit

$Q_1 = C_1 . U$ $\quad Q_2 = C_2 . U$ $\quad Q = (C_1+C_2) . U$ $\quad \mathbf{C = C_1+C_2}$

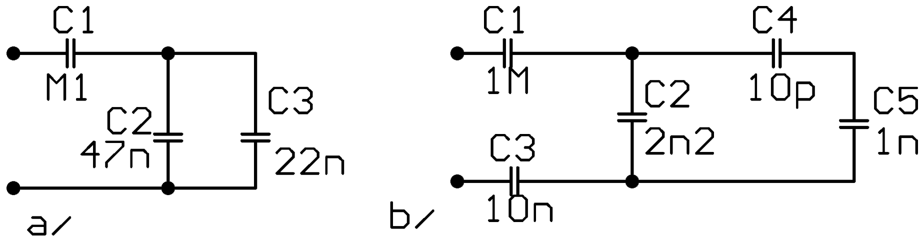
Při **paralelním** spojení kondenzátorů je **výsledná kapacita součtem jednotlivých kapacit**.

Při sériovém zapojení kapacit náboj přivedený na první kondenzátor váže stejný náboj na druhém kondenzátoru. V dielektrikách bude stejný indukční tok, na všech kondenzátorech bude stejný náboj. Toto spojení můžeme nahradit jedním kondenzátorem o kapacitě C na kterém bude napětí

$U = U_1 + U_2$ $\quad Q/C = Q/C_1 + Q/C_2$
$\mathbf{1/C = 1/C_1 + 1/C_2}$ $\quad \mathbf{C = C_1C_2/(C_1+C_2)}$

Při **sériovém** spojení kondenzátorů se podobně jako u paralelního zapojení rezistorů **sčítají jejich převrácené hodnoty.**

U složitějších zapojení provádíme zjednodušování podobným způsobem jako u rezistorů.



Obr. 2.4 Řešení obvodů s kondenzátory

Příklad: Vypočítejte výslednou kapacitu obvodu z *obr. 2.4a.*

$C_{2,3} = C_2 + C_3 = 47 + 22 = 69$ nF
$C = C_{2,3} \,.\, C_1/(C_{2,3} + C_1) = 40{,}8$ nF

Příklad: Vypočítejte výslednou kapacitu obvodu z *obr. 2.4b.*

Tolerance vyráběných kapacit bývá typicky ±20 %. Při **zjednodušování** obvodů nemá smysl počítat s příliš velkou přesností. Zapojení z *obr. 2.4b* můžeme zjednodušit vynecháním C_4 a C_5 (jejich sériové spojení má kapacitu mnohem menší, než je kapacita C_2) a zkratováním C_1 (jeho kapacita je mnohem větší než ostatní kapacity), můžeme je tedy zanedbat. Výsledná kapacita bude přibližně $C = C_2C_3/(C_2 + C_3) = 10 \,.\, 2{,}2/(10 + 2{,}2) = 1{,}8$ nF.

Příklad: Ke kondenzátoru 100 mikrofaradů, který byl nabit na 40 V byl paralelně připojen kondenzátor 220 mikrofaradů, který byl nabit na napětí 10 V. Jaké bude výsledné napětí na spojených kondenzátorech?

Platí zákon zachování elektrického náboje $\mathbf{Q = Q_1 + Q_2} = C_1 \,.\, U_1 + C_2 \,.\, U_2 =$
$= 0{,}1 \,.\, 10^{-3} \,.\, 40 + 0{,}22 \,.\, 10^{-3} \,.\, 10 = (4 + 2{,}2) \,.\, 10^{-3} = 6{,}2 \,.\, 10^{-3}$ C.

Z náboje a výsledné kapacity, která je součtem obou kapacit, potom vypočítáme hledané napětí: $U = Q/(C_1 + C_2) = 6{,}2 \,.\, 10^{-3}/(0{,}1 + 0{,}22) \,.\, 10^{-3} = 6{,}2/0{,}33 = 18{,}79$ V.

Složená dielektrika

Jsou-li 2 desky odděleny z dielektriky vedle sebe s relativními permitivitami ε_{r1} a ε_{r2}, chová se zapojení jako dva paralelně zapojené kondenzátory. Elektrickou pevnost určuje dielektrikum s menší elektrickou pevností.

U kondenzátoru s vrstveným dieleketrikem (2 dielektrika za sebou), bude v obou dielektrikách stejná indukce D (D = Q/S).

Intenzita elektrického pole v obou dielektrikách vypočítáme ze vztahu $E = D/\varepsilon_0\varepsilon_r$.

V dielektriku s menší permitivitou je větší intenzita elektrického pole a naopak. Tato izolace se chová jako dva kondenzátory zapojené do série.

ENERGII ELEKTROSTATICKÉHO POLE vypočítáme ze vztahu $\mathbf{W_e = CU^2/2}$. Dodaná energie se spotřebuje na polarizaci dielektrika. Jedná se o práci potřebnou k přenesení náboje na kondenzátor.

Úpravou tohoto vztahu získáme vztah pro objemovou energii

$W_e = QU/2$ dosadíme $Q = \varepsilon . E . S$ a $U = E . l$

$W_e = \varepsilon . E^2 S . l$ V – objem kondenzátoru $= S . l$

$\mathbf{W_e/V = DE/2}$ **objemová energie kondenzátoru.**

Příklad: Deskový kondenzátor, jehož desky byly od sebe vzdáleny 1 mm se nabil na $U_o = 10$ V. Jaké bude jeho napětí po oddálení desek na 2 cm?

Platí **zákon zachování elektrického náboje** $Q_o = Q_1$. Kapacita kondenzátoru se zmenšila 20×.

$C_1 = 0{,}05\ C_o$ $C_oU_o = C_1U_1$ $U_1 = 20\ U_o = 200$ V

Z tohoto příkladu vidíme, že **statické napětí** o vysoké hodnotě může vzniknout prakticky „z ničeho“. Elektrické náboje vznikají mechanickým třením nestejnorodých látek (pohyb dopravních pásů, pohyb sypkých materiálů, v tiskárnách, v letadlech, v automobilech). Mezi elektrostatické jevy patří i blesky.

Problémy přináší elektrostatický náboj při práci s těkavými hořlavými látkami a při práci s některými typy polovodičů (technologie MOS).

Před škodlivými účinky těchto nábojů se chráníme těmito způsoby: vodivým pospojováním a uzemněním kovových částí přístrojů, použitím vhodných (polovodivých) podlahových krytin (antistatické linoleum), vhodnou podložkou na pracovním stole, vhodná obuv a oblečení (bavlna, nikoliv umělá vlákna), zvýšením vodivosti vzduchu – zvlhčení, ultrafialové záření.

Příklad: Vybitý kondenzátor o kapacitě 5 mF se nabíjí proudem 1 mA po dobu 3 s. Na jaké napětí se nabije?

$Q = I . t = 3 . 10^{-3}$ C náboj, na který se kondenzátor nabije

$U = Q/C = 3 . 10^{-3}/(5 . 10^{-3}) = 0{,}6$ V

Příklad: Kondenzátor o kapacitě 10 mF je nabit na 5 V. Jak dlouho může dávat do zátěže proud 40 μA, než jeho napětí poklesne na 3 V? (Předpokládáme, že vybíjecí proud je konstantní a nezávislý na napájecím napětí.)

Při poklesu napětí o 2 V klesne náboj kondenzátoru o $\nabla Q = C . \nabla U = 10^{-2} . 2 = 20$ mC.

$t = Q/I = 20 . 10^{-3}/(40 . 10^{-6}) = 0{,}5 . 10^3 = 500$ s

Z tohoto příkladu vidíme, že kondenzátor o velké kapacitě může pro určitou dobu (např. při výpadku síťového napětí) fungovat u zařízení s nízkou spotřebou (např. obvod měření času, paměť nastavených hodnot) jako záložní zdroj energie (místo baterie).

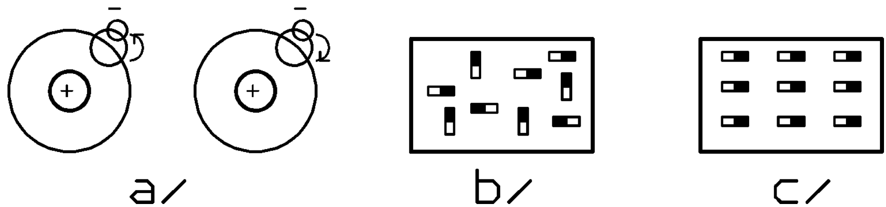
V této kapitole jsme pracovali s tzn. **ideálním kondenzátorem, který je bezedrátový**. Ve skutečném kondenzátoru existuje určitý **svodový odpor** mezi elektrodami (dielektrikum má určitou vodivost). Ten způsobí, že se nabitý kondenzátor po určité době sám vybije (náhradní schéma kondenzátoru viz dále paralelní obvod RC, na vyšších kmitočtech se uplatní i indukčnost).

3 Magnetizmus

Magnetické pole je silové pole, které vzniká **následkem pohybu elektrických nábojů**. Vytváří jej buď **permanentní magnet** nebo **elektromagnet**. Magnet přitahuje kovové předměty. Jeho silové účinky jsou zdánlivě soustředěny v místech, které nazýváme **póly**. Rozeznáváme **severní** S (N – nord) a **jižní** J (S – south) magnetický pól.

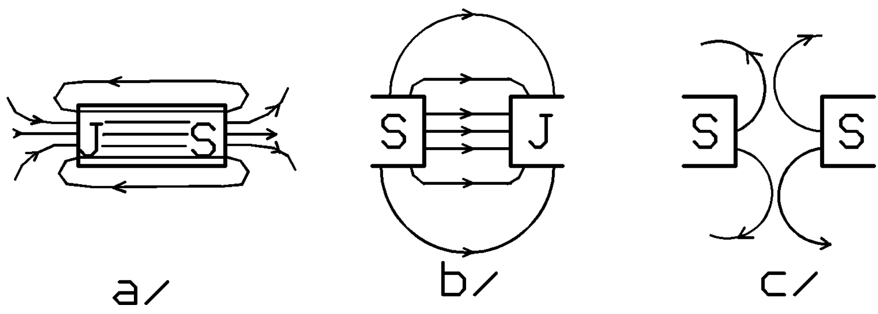
Stejně jako v prostoru kolem elektrického náboje vzniká elektrostatické pole, vzniká v **blízkosti elektrického proudu magnetické pole**. U permanentních magnetů si **magnetické pole vysvětlujeme pohybem elektronů.** Ty kromě pohybu okolo jádra atomů **rotují i okolo své osy**. Tomuto pohybu, který je příčinou magnetického pole, říkáme **spin elektronu**. V látce vznikají **elementární magnety** vytvořené dvěma opačnými spiny elektronů.

V magnetické látce jsou oblasti o rozměrech řádově jednotek mikrometrů, ve kterých jsou spiny orientovány. Říkáme jim **domény**. Každá doména je elementárním magnetem, jednotlivé domény nejsou **uspořádané**, jsou orientovány v různých směrech. Působením vnějšího magnetického pole se domény uspořádají a látka se **zmagnetuje**.



Obr. 3.1
a) elementární magnet – dvojice elektronů s opačným spinem
b) neuspořádané domény
c) uspořádané domény

Magnetické pole zobrazujeme pomocí **magnetických indukčních čar**. Jsou to uzavřené křivky, které nikde nezačínají a nekončí. Zobrazují silové účinky magnetického pole.



Obr. 3.2
a) magnetické pole tyčového magnetu
b) magnetické pole mezi nesouhlasnými póly
c) magnetické pole mezi souhlasnými póly

Magnetické indukční čáry probíhají vně magnetu od severního pólu k jižnímu, uvnitř opačně. Kladný smysl je stanoven dohodou. Je dán směrem do něhož se v magnetickém poli natočí severní pól magnetky (na níže uvedených obrázcích směrem šipky).

Nesouhlasné póly magnetu se přitahují, souhlasné se odpuzují (viz obrázek**).** Rozdělením tyčového magnetu vzniká větší počet samostatných magnetů, každý z nich má svůj severní a jižní pól. Severní a jižní pól nemohou existovat samostatně.

Největším magnetem je zeměkoule. Toho využíváme při orientaci pomocí **kompasu** který má v sobě permanentní magnet ukazující stále k severnímu magnetickému pólu.

Mezi elektrickým a magnetickým polem je určitá podobnost. Elektrické napětí je příčinou elektrického proudu. Příčinou magnetického pole je elektrický proud, tzn. **elektromotorické napětí $F_m = I$**.

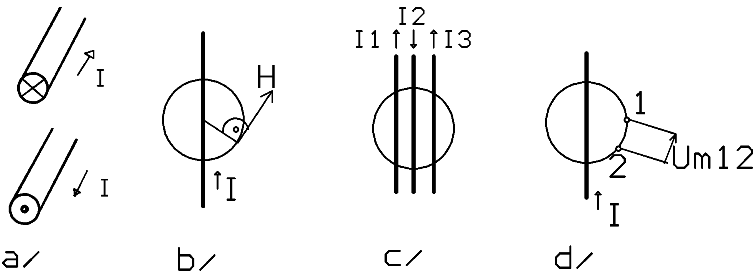
Při vybuzení magnetického pole několika proudy je magnetomotorické napětí dáno **algebraickým součtem proudů, které indukční čára obepíná**.

$F_m = I_1 - I_2 + I_3$ (viz *obr. 3.3c*)

U cívky je magnetomotorické napětí **vynásobeno počtem jejích závitů.**

Fm = N . I

Mezi každými dvěma body indukční čáry lze definovat magnetické napětí Um.



Obr. 3.3
a) Označení směru proudu
b) Magnetické pole přímého vodiče
c) Magnetické pole několika vodičů
d) Magnetické napětí

Intenzita magnetického pole H je dána magnetickým napětím připadajícím na jednotku délky indukční čáry, neboli spádem magnetického napětí. Jednotkou je **A/m**. Jedná se o **vektorovou** veličinu. **V okolí přímého vodiče**, kterým prochází elektrický proud I tvoří **indukční čáry soustředné kružnice**. Ve vzdálenosti **r** od osy vodiče je intenzita magnetického pole stejná po celé délce indukční čáry $\mathbf{H = U_m/l = I/2\pi r}$ (Am^{-1}, A, m).

Směr magnetického pole určíme Ampérovým pravidlem pravé ruky (případně si jej zapamatujeme podle výše uvedeného obrázku). Uchopíme-li pravou rukou vodič tak, že palec ukazuje směr proudu, prsty ukazují směr intenzity magnetického pole.

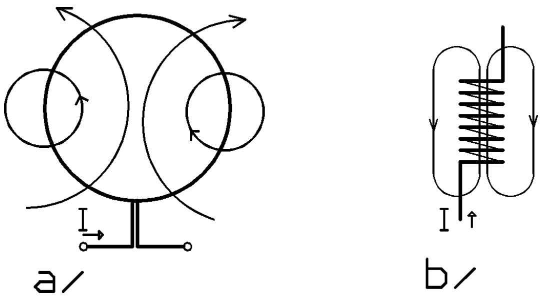
Příklad: Vypočítejte intenzitu magnetického pole ve vzdálenosti 0,2 m od osy vodiče, kterým teče proud 10 A.

H = 10/(2 . 3,14 . 0,2) = 10/1,256 = 7,96 A/m

Počítáme-li magnetické pole cívky, vynásobíme její proud počtem závitů.

Počet indukčních čar v magnetickém poli udává magnetický tok ϕ, jednotka Wb (weber = V . s). Je to skalární veličina definovaná napětím vzniklým (indukovaným) při změně toku. $u = \nabla\phi/\nabla t$.

Magnetický tok, který se rovnoměrně zmenšuje tak, že zanikne za 1 s, indukuje v závitu, který ho obepíná, napětí 1 V.



Obr. 3.4
a) Magnetické pole kruhového závitu
b)Magnetické pole solenoidu

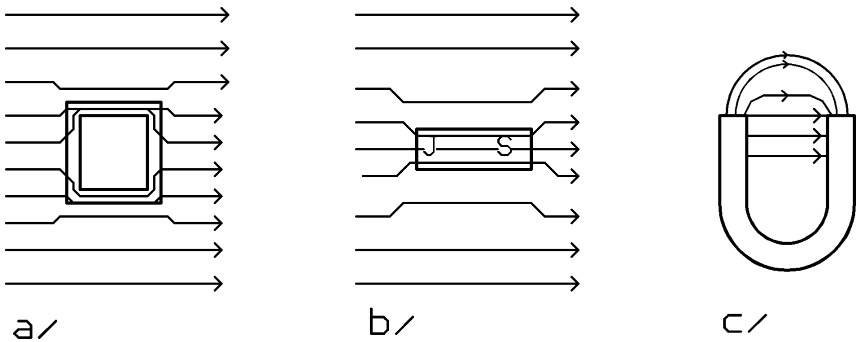
Z tvaru magnetického pole přímého vodiče můžeme odvodit tvar magnetického pole kruhového závitu a solenoidu. Uvnitř solenoidu je magnetické pole **homogenní**.

Směr působení magnetického pole solenoidu určíme podle pravidla pravé ruky: Uchopíme-li válcovou cívku do pravé ruky, aby prsty ukazovaly směr proudu, vychýlený palec ukazuje k severnímu pólu.

Vidíme, že cívka se chová podobně jako permanentní magnet – má severní a jižní pól, přitahuje kovové předměty, dochází k vzájemnému působení cívky a permanentního magnetu. Cívka, kterou prochází proud a která vybudí dostatečně silné magnetické pole (musí mít velký počet závitů), se používá jako **elektromagnet.**

Magnetická indukce je dána počtem magnetických indukčních čar (tokem ϕ) na jednotku plochy **S. B =** ϕ**/S**, jednotkou je tesla (T). Magnetická indukce vyjadřuje silové účinky magnetického pole. **Magnetické pole má indukci 1 T, působí-li na vodič, kterým teče proud 1 A, silou 1 N na každý metr jeho délky**. Magnetickou indukci zobrazujeme pomocí **magnetických siločar**.

Magnetické pole lze vybudit v každém prostředí (vzduch, izolanty, kovy). Intenzita magnetického pole **H je na prostředí nezávislá**. Závisí pouze na velikosti budícího proudu (počtu závitů) a na vzdálenosti od vodiče. Je dána velikostí budícího proudu, vzdáleností od něj, případně počtem závitů budící cívky.



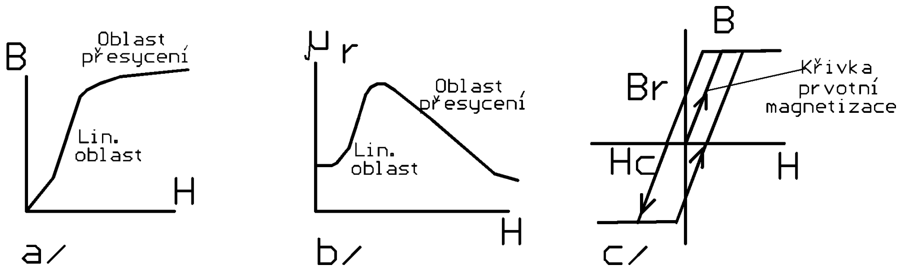
Obr. 3.5
a) Magnetické stínění
b) Vzájemné působení dvou magnetů
c) Podkovovitý magnet

Magnetická indukce B je vektor se stejným smyslem jako H. **Jeho velikost závisí na prostředí**. Mezi intenzitou magnetického pole H a magnetickou indukcí B platí vztah:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

kde μ_o je **permeabilita vakua** = $4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m] a μ_r **relativní permeabilita [1]**, která popisuje magnetické vlastnosti látek. U většiny materiálů je μ_r přibližně rovné 1 (látky diamagnetické $\mu_r < 1$ a paramagnetické $\mu_r > 1$), existují ale materiály (železo, kobalt, nikl) jejichž μ_r je mnohonásobně větší (až $10^3 – 10^5$). Příčinou jejich zmagnetování je jejich schopnost uspořádat působením vnějšího magnetického pole spin svých elektronů.

Tyto látky se nazývají **feromagnetické** a dělají se z nich jádra cívek. Mají schopnost výrazně zesilovat magnetické účinky proudu. Malým budícím proudem tak vytvoříme silné magnetické pole s velkými silovými účinky.

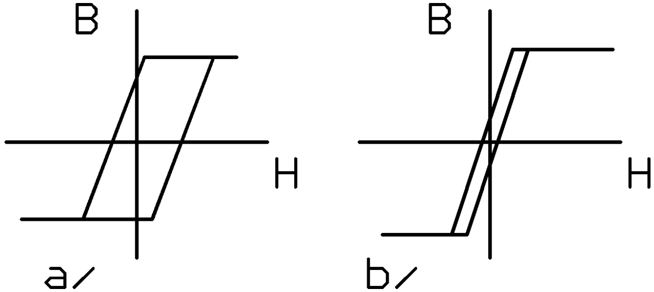


Obr. 3.6
a) Závislost B na H
b) Závislost m na H
c) Hysterezní smyčka (ve skutečnosti je zaoblená)

Závislost B na H není vždy lineární. Relativní permitivita se mění v závislosti na intenzitě magnetického pole. S rostoucí H roste B zpočátku lineárně (přibližně). Při větších intenzitách magnetického pole dojde k přesycení materiálu, domény jsou již uspořádány - magnetická indukce se již nemůže dále zvyšovat.

Materiál, který byl jednou zmagnetován elektrickým proudem, si své magnetické účinky zachovává i po zániku elektrického proudu. Vznikne tak **permanentní magnet**, který jistě každý dobře zná. Magnetickou indukci permanentního magnetu popisuje tzn. **remanentní indukce B_r.** Z výše uvedeného obrázku je vidět, že k odmagnetování permanentního magnetu je zapotřebí magnetické pole opačné polarity (**koercitivita** H_C) a tedy proud opačné polarity než jaký byl použit pro zmagnetování.

Magnetické materiály s **širokou** hysterezní křivkou nazýváme **materiály magneticky tvrdé** (např. permanentní magnet reproduktoru), materiály s **úzkou** hysterezní křivkou jsou **magneticky měkké** a používají se v obvodech střídavého proudu transformátor, motor), aby při přemagnetovávání nedocházelo k velkým ztrátám energie. **Ztráty jsou úměrné ploše hysterezní smyčky** (k přemagnetování potřebujeme energii, která se mění v teplo).



Obr 3.7
a) Hysterezní křivka materiálu magneticky tvrdého
b) Hysterezní křivka materiálu magneticky měkkého

Dojde-li k uspořádání magnetických domén v látce, nemůže se už magnetická indukce tak rychle zvyšovat. Dochází k magnetickému **nasycení** látky. Přestane-li budící proud působit, materiál si své magnetické vlastnosti zachovává. Stává se z něj **permanentní magnet**. Jeho magnetická indukce má hodmotu **remanentní indukce B_r**.

Hystereze je závislost stavu feromagnetického materiálu na předchozích stavech zmagnetování.

Obdobně jako v proudovém magnetickém poli jsou důležité veličiny odpor a vodivost, v magnetickém poli určujeme **magnetický odpor R_m** [H^{-1}] a jeho převrácenou hodnotu **magnetickou vodivost G_m** [H – henry] = **$1/R_m$.**

Odvození: $\phi = B \cdot S = \mu \cdot H \cdot S$ $\qquad H = U_m/l$

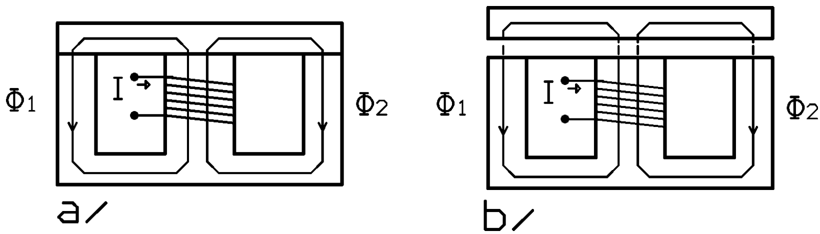
$$\boldsymbol{\phi = U_m \cdot \mu \cdot S/l = U_m/R_m, \text{ kde } R_m = l/(\mu \cdot S)}$$

Hopkirsonův zákon je analogií Ohmova zákona. **Permeabilita** v magnetických obvodech má podobný význam jako **vodivost** v elektrických obvodech. V materiálech s vysokou permeabilitou je velká intenzita magnetického pole (v materiálech s vysokou vodivostí teče působením intenzity elektrického pole velký proud), $\phi \approx$ **I,** $\mathbf{U_m} \approx$ **U,** $\mu \approx \gamma$**.**

Proto magnetický tok prochází jádrem cívky (transformátoru) a jeho rozptylový magnetický tok do okolí je minimální. Permitivita vzduchu je mnohonásobně menší oproti permitivitě feromagnetických materiálů. Následující obrázek ukazuje magnetické pole, které se vybudí v cívce s jádrem a které se plně přizpůsobuje tvaru tohoto jádra.

Chceme-li zmenšit magnetickou indukci B **aby nedošlo k přesycení** (obvod je potom nelineární) vložíme magnetickému toku do cesty **vzduchovou mezeru. Podobně jako** do elektrického obvodu někdy vkládáme odpor, aby se omezil proud.

Magnetická indukce bude u obrázku **b** mnohem menší než u obrázku **a**. Hodnoty magnetické indukce **B** a tím i pracovní oblast feromagnetického materiálu u jádra se vzduchovou mezerou bude pohybovat v lineární oblasti hysterezní smyčky.



Obr. 3.8
a) Cívka s EI plechy bez vzduchové mezery
b) Cívka s EI plechy se vzduchovou mezerou

Vložíme-li nějaký obvod, který je v magnetickém poli, do krytu ze železného plechu, poteče tímto krytem veškerý magnetický tok. Uvnitř **stíněného** prostoru magnetické pole nebude (viz o*br. 3.5*).

Elektromagnetická indukce

Změnou magnetického pole ($\nabla\phi/\nabla t$) se ve vodiči **indukuje elektrické pole**, uvedou se do pohybu volné elektrony vodiče. Magnetické pole může být příčinou elektrického napětí. **Smysl indukovaného napětí je takový, aby svými účinky působilo proti změně, která jej vyvolala** (Lencův zákon).

Tvoří-li vodič uzavřenou smyčku, teče v ní **indukovaný proud**.

Tvoří-li smyčka 1 závit, pak platí, že indukované napětí $\mathbf{u = \nabla\phi/\nabla t}$.

Pro cívku s N závity (pokud všemi závity prochází stejný magnetický tok) $\mathbf{u = N\nabla\phi/\nabla t}$.

Napětí se indukuje vždy s časovou změnou magnetického toku. V uzavřeném obvodu vznikne indukovaný proud.

$u = \nabla\phi/\nabla t$, $\phi = \mathbf{G_m . N . I}$, kde G_m je magnetická vodivost $\mathbf{u = N^2 G_m \nabla i/\nabla t = L . \nabla i/\nabla t}$.

L je vlastní indukčnost cívky [H] (henry – Vs/A). Cívka má indukčnost 1 H , jestliže při změně proudu 1A/s se v ní indukuje napětí 1 V.

Vlastní indukčnost je základní parametr cívek. Udává, jak silné magnetické pole vybudí cívka působením proudu, jak moc se „brání“ změnám proudu, který jí protéká. Indukované napětí působí proti změně budícího proudu.

$\mathbf{L = N^2G_m = N^2\mu_0\mu_r/l}$ –tento vzorec platí pro ideální případ. Pro skutečné výpočty v praxi se používají častěji empirické vzorce.

Relativní permeabilita μ_r je funkcí intenzity magnetického pole H (viz výše). Závisí tedy na budícím proudu. Z toho vyplývá, že i indukčnost závisí na proudu. **Cívka s feromagnetickým jádrem** je proto součástka s **nelineární** VA charakteristikou. Dá se linearizovat vzduchovou mezerou.

Příklad: Stanovte vlastní indukčnost vzduchové jednovrstvé cívky se 30 závity, průměr vodiče je 0,8 mm. Jádro cívky má průměr 1,2 cm^2.

Nejprve vypočítáme **délku cívky:** $l = d \,.\, N = 0{,}8 \,.\, 30 = 24\ mm = 24 \,.\, 10^{-3}\ m$

$$L = N^2\mu_0 S/l = 30^2 \,.\, 4 \,.\, \pi \,.10^{-7} \,.\, 1{,}2 \,.10^{-4}/(24 \,.\, 10^{-3}) = 5{,}65 \,.\, 10^{-6}H = 5{,}65\ \mu H$$

Všimněte si, že indukčnost je tím větší, čím kratší je cívka. Znamená to vinout závity těsně vedle sebe. Co se týká průměru vodiče, musíme jej vypočítat tak, abychom neměli příliš velkou proudovou hustotu a odpor vinutí (viz kapitola proudové pole).

Praktický postup při návrhu cívky je následující: Nejprve zvolíme vhodné jádro, výše uvedeným způsobem vypočítáme počet závitů. Poté cívku navineme a změříme její indukčnost . Na základě předpokladu, že indukčnost cívky je přímo úměrná druhé mocnině počtu závitů ($\mathbf{L = k \,.\, N^2}$ – platí pokud se rozměry cívky příliš nezmění) upravíme počet závitů (viz následující příklad).

Příklad: Cívka s N_1 = 60 závity má indukčnost L_1 = 20 μH. Jak musíme změnit počet závitů, aby indukčnost klesla na 15 μH?

$N_1/N_2 = \sqrt{(L_1/L_2)} = \sqrt{(15/20)} = 0{,}866$ $\qquad$ $N_2 = 60 \,.\, 0{,}866 = 52$ závitů

Příklad: Vypočtěte vlastní indukčnost cívky navinuté na toroidnín kroužku. Cívka má 800 závitů, délka středové indukční čáry je 15 cm. Jádro má průřez 4 cm^2 a je z materiálu o relativní permeabilitě $\mu_r = 500$.

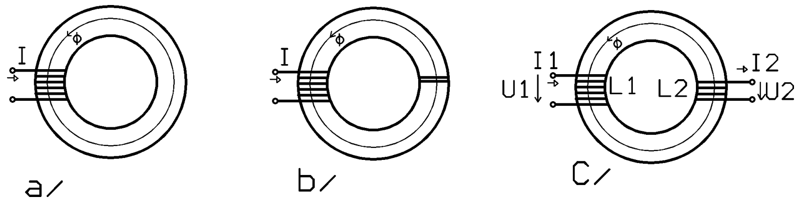
$$L = N^2 \,.\, \mu_0 \,.\, \mu_r \,.\, S/l = 800^2 \,.\, 4 \,.\, \pi \,.\, 10^{-7} \,.\, 500 \,.\, 4 \,.\, 10^{-4}/(15 \,.\, 10^{-2}) = 1{,}071\ H$$

Máme-li **na společném jádru dvě vinutí**, vzniká mezi nimi **vzájemná indukčnost**, kterou definujeme podobně jako vlastní indukčnost. Do jednoho vinutí – primárního – přivádíme elektrický proud. Na druhém vinutí – sekundárním – měříme napětí. Vzájemnou indukčnost **M** definujeme podobně jako vlastní indukčnost pomocí napětí, které se indukuje v sekundární cívce při změně proudu v primární cívce.

$$\mathbf{u_2 = N\nabla\phi_{1,2}/\nabla t = M\nabla i_1/\nabla t \qquad M = u_2\nabla t/\nabla i_1}$$

Jednotkou vzájemné indukčnosti je H (henry). Vzájemná indukčnost není prvkem elektronického obvodu, vyjadřuje pouze vzájemnou vazbu mezi dvěma vlastními indukčnostmi.

Máme-li dvě cívky na společném feromagnetickém jádru, můžeme předpokládat, že se celkový magnetický tok ϕ nerozptyluje, protože relativní permeabilita feromagnetického



Obr. 3.9
a) Toroidní jádro s jedním vinutím, uzavřené
b) Toroidní jádro s jedním vinutím a se vzduchovou mezerou
c) Cívky na společném jádře, mezi kterými je vzájemná indukčnost

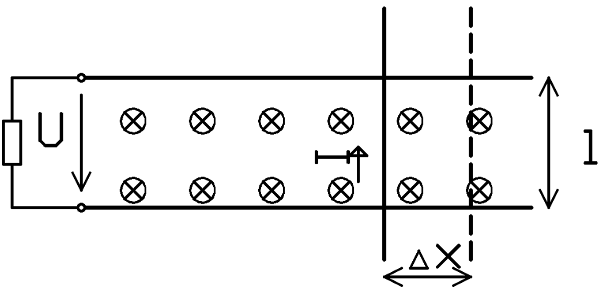
materiálu je mnohem větší než 1. To znamená, že magnetický odpor vzduchu je mnohem větší než magnetický odpor jádra.

$M = N_1 N_2 G_m$ rovnici umocníme
$M^2 = N_1^2 N_2^2 G_m = N_1 G_m \cdot N_2 G_m = L_1 L_2$
$\mathbf{M = \sqrt{(L_1 L_2)}}$

Ve skutečnosti existuje určitý rozptyl a **$M < \sqrt{(L_1L_2)}$, $M = k \cdot \sqrt{(L_1L_2)}$, kde $k < 1$** a nazývá se **činitel vazby.**

Vodiče, které jsou blízko sebe a kterými prochází časově proměnný proud, se chovají jako cívky se vzájemnou indukčností. Působením proudu se v okolí jednoho vodiče vytvoří magnetické pole. To indukuje v druhém vodiči napětí. Tak vzniká **rušení.**

Vznik indukovaného napětí pohybem vodiče v magnetickém poli



Obr. 3.10 Pohyb vodiče v magnetickém poli

Po dvou rovnoběžných na jednom konci vodivě spojených vodičích se pohybuje vodič délky **l** naznačeným směrem. Vodiče kolmé na vodič **l** uzavírají smyčku. Kolmo k rovině této smyčky je stálé magnetické pole s magnetickou indukcí **B** (indukční čáry jsou orientovány zepředu dozadu, viz *obr. 3.3*). Jsou-li **B**, **l** a **v** na sebe navzájem kolmé, platí **u = B . l . v**. Směr indukovaného proudu stanovíme pomocí **pravidla pravé ruky:**

Pravou ruku vložíme do magnetického pole tak, aby indukční čáry vstupovaly do dlaně, palec ukazoval směr pohybu, pak natažené prsty ukazují směr indukovaného proudu a napětí.

Využití magnetické indukce:

– **při výrobě elektrické energie** (viz kapitola Střídavý proud) – vodič se pohybuje v magnetickém poli a indukuje se v něm napětí,
– v **motorech** – reciproční jev, střídavý proud v magnetickém poli vytváří sílu a způsobuje pohyb,
– v **transformátorech** – primární proud vytvoří magnetické pole, které v sekundární cívce indukuje napětí,
– v **elektromagnetech** – stejnosměrný proud vytvoří magnetické pole, které působí silovými účinky na kovové předměty,
– v **relé** – stejnosměrný proud vytvoří magnetické pole, které svými silovými účinky sepne spínací kontakty,
– v **reproduktorech** – střídavý proud vytváří v pohyblivé cívce magnetické pole, na které působí magnetické pole trvalého magnetu. Vzájemným působením dvou magnetických polí vzniká síla, pohyb membrány, zvuk.

Energie magnetického pole

Pro vytvoření magnetického toku f musí proud I vykonat práci A. Tato energie je potřebná k vytvoření magnetického pole. Udržování magnetického pole nevyžaduje žádnou energii (nepočítáme ztráty výkonu na vodiči).

$$\mathbf{W_m = \phi \,.\, Um/2}$$

Vypočítáme **objemovou energii magnetického pole** (množství energie nahromaděné v jednotce objemu V = S . l)

$$\mathbf{W_m} = W_m/V = \phi \,.\, U_m/(2 \,.\, V) = \phi \,.\, U_m/(2 \,.\, S \,.\, l) = \mathbf{B \,.\, H/2}$$
$$\mathbf{W_m} = (1/2)G_m \,.\, N \,.\, I \,.\, N \,.\, I = (1/2)G_m N^2 \,.\, I^2 = \mathbf{L \,.\, I^2/2}$$

Ztráty ve feromagnetických materiálech jsou dvojího druhu:

Hysterezní ztráty jsou úměrné kmitočtu a ploše hysterezní smyčky – energie se spotřebovává k přemagnetování materiálu.

Ztráty vířivými proudy – je-li feromagnetický materiál vodivý, indukují se v něm působením magnetického pole proudy. Ty působí proti příčině, která je vyvolala. Zeslabují magnetické pole, jejich působením vznikají tepelné ztráty. Proto používáme materiály s velkým měrným odporem – ferity, trafoplechy z oceli s příměsí křemíku a dělené jádro složené ze vzájemně izolovaných plechů.

Obdobně jako rezistory a kondenzátory můžeme cívky spojovat paralelně nebo sériově.

Sériové spojení dvou cívek bez vzájemné indukčnosti $\mathbf{L = L_1 + L_2}$.

Sériové spojení dvou cívek se vzájemnou indukčností $\mathbf{L = L_1 + L_2 \pm 2M}$.

Magnetická pole se buď sčítají nebo odčítají (viz kapitola střídavý proud).

Paralelní spojení dvou cívek bez vzájemné indukčnosti $\mathbf{L = L_1 \,.\, L_2/(L_1 + L_2)}$.

Silové účinky magnetického pole

Magnetické pole působí silou na pohybující se elektrony. Tato síla se přenáší na materiál vodiče.

Na vodič délky **l**, kterým protéká proud **I** a který je umístěn v magnetickém poli **B** působí síla **F**. Její směr určíme podle **pravidla levé ruky**: Levou ruku vložíme do magnetického pole tak, aby indukční čáry vstupovaly do dlaně a prsty ukazovaly směr proudu. Potom palec ukazuje směr síly.

F = B . l . I

Odvození: Výkon síly F P = Fs/t = Fv se rovná elektrickému výkonu UI = BlvI.
Využití – měřící přístroje.

Silové účinky mezi dvěma vodiči

Dva vodiče vedle sebe vytvářejí magnetická pole, která na sebe vzájemně působí. Proto na sebe působí tyto vodiče silou. Tuto sílu používáme k **definici ampéru**, který je základní jednotkou podle soustavy SI.

1 A je proud, který při průchodu dvěma rovnoběžnými nekonečně dlouhými a nekonečně tenkými vodiči vzdálenými od sebe 1 m vyvolá mezi nimi sílu 2 . 10^{-7} N na každý metr jejich délky.

Vidíme, že pro běžné velikosti proudů (jednotky ampérů) jsou tyto síly malé. Musíme je brát v úvahu pouze při velmi velkých proudech, aby se nepoškodila izolace vodičů.

4 Střídavý proud

Pod tímto pojmem rozumíme elektrický proud, jehož velikost i směr se s časem mění. Pokud má tato změna periodický charakter, označujeme tento průběh **periodický**, periodu značíme T.

Dále určujeme **frekvenci**, která udává **počet kmitů za jednu sekundu**. Jednotkou frekvence je **herz** (Hz = s^{-1}).

Platí vztah **f = 1/T.**

Příklad: Kmitočet sítě má frekvenci 50 Hz. Určete jeho periodu T = 1/50 s = 20 ms.

Periodické průběhy graficky znázorníme tak, že na osu nanášíme čas t a na osu y okamžité hodnoty proudu nebo napětí.

Příkladem **periodického** průběhu je průběh **obdélníkový, pilovitý, trojúhelníkovitý**, apod. Nejdůležitější ze všech je průběh **sinusový**, kterým se budeme v této publikaci dále zabývat. Vzniká např. v generátorech v elektrárnách. Příčinou jeho vzniku je otáčivý pohyb vodiče v magnetickém poli (viz elektromagnetická indukce). Kapitoly o magnetismu najde čtenář v [3].

Platí pravidlo, že **každý periodický průběh** (např. obdélníkový) **vzniká superpozicí (součtem) několika průběhů sinusových.**

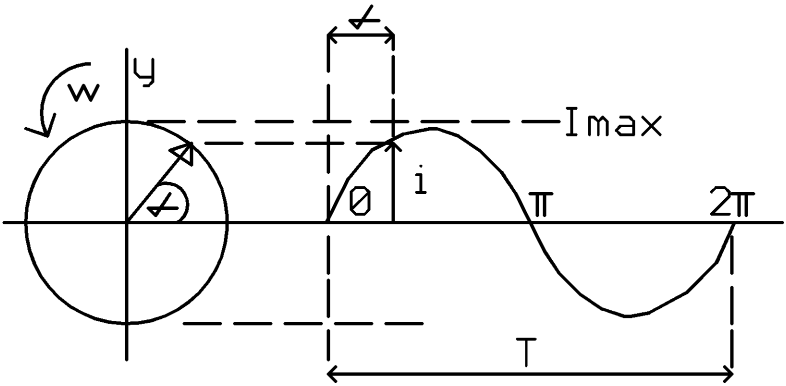
Funkci **y = sin** a nebo také $i = I_{max}$ sin a nebo $u = U_{max}$ sin a vytvoříme **časovým rozvojem kruhového pohybu**. Představte si bod, který obíhá po kružnici. Sinusový průběh získáme, znázorníme-li graficky hodnotu jeho ypsilonové souřadnice v závislosti na čase.

Tato **y** souřadnice **je okamžitá hodnota napětí** (proudu), kterou značíme **u (i)**. Poloměr kružnice neboli maximální hodnota napětí (proudu) – **amplituda** se značí $\mathbf{U_{max}}$, $\mathbf{I_{max}}$ (nebo také U_m, I_m).

Argument funkce sinus, úhel a se mění v závislosti na čase. Doba jednoho oběhu perioda T odpovídá úhlu 2π rad.

Zavedeme pojem **úhlová frekvence** ω, jejichž jednotkou je **radián**. Radián je úhel, jehož ramena vytínají na jednotkové kružnici opsané z vrcholu úhlu oblouk délky rovnající se jedné. Úhel **360° = 2π (rad)**, 180° = π (rad), 90° = π/2 rad, 1 rad = 360/2π = 57°.

Platí **ω = 2π/T** úhel α odpovídá ωt.



Obr. 4.1 Vznik sinusového průběhu (w = ω)

Původní rovnici $i = I_{max}$sin a upravíme na tvar $\mathbf{i = I_{max}\omega t}$ ($u = U_{max}\omega t$), kde **ωt** je úhel v radiánech.

V případě, že je počátek sinusového kmitu posunut o úhel φ před časovým počátkem, bude mít výše uvedená rovnice tvar $\mathbf{i\ (u) = I_{max}(U_{max})\ .\ sin(\omega t + \varphi)}$, kde φ je **fázový posuv**.

Příklad: Určete okamžitou hodnotu napětí v čase t = 0,02 ms, je-li U_{max} = 5 V a f = 8,33 kHz.

T = 0,12 ms α(t) = 2πf (t) = 6,28 . 8,33 . 103 . 0,02 . 10^{-3} = 1,04 (rad) = 60°

(Všimněte si, že za jednu šestinu periody se změnil úhel α o 1/6 z 360°.)

u = 5 . sin 60° = 5 . (√3)/2 = 4,33 (V)

Kdy dosáhne okamžitá hodnota napětí svého maxima?

Pro úhel α = 90° = π/2 bude $u = U_{max}$. sin 90° = U_{max}

sin 90° = 2πft 90° = (2π/T)t π/2 = (2π/T)t

t = T/4 T = 1/f = 0,12 ms t = 0,03 ms (v jedné čtvrtině periody)

Okamžitá hodnota střídavého proudu nebo napětí není příliš důležitý údaj. Nejvíce nás zajímají **celkové účinky střídavého proudu a napětí v porovnání se stejnosměrným proudem a napětím.**