

# PRAVÍTKO A KRUŽÍTKO



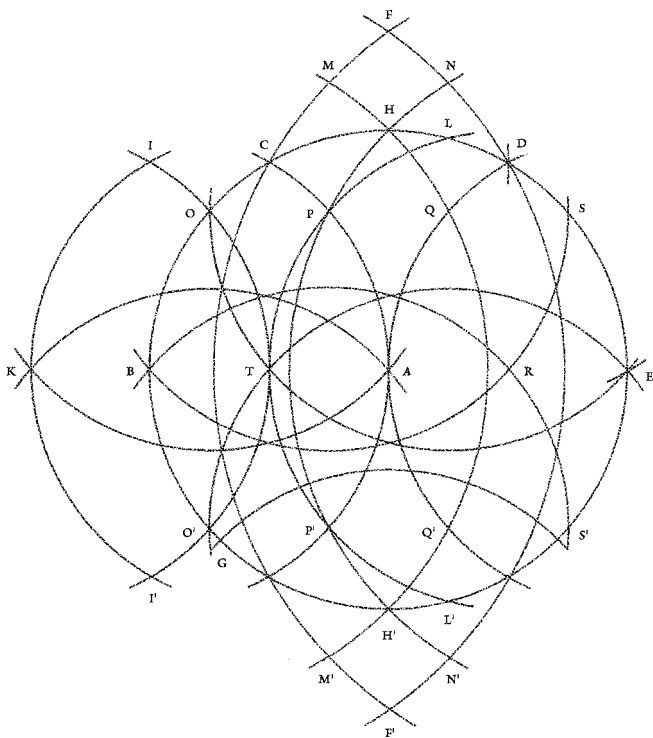
PRAKTICKÉ GEOMETRICKÉ  
KONSTRUKCE



*Andrew Sutton*







$AT = \sqrt{1}$	$AM = \sqrt{6}$	$PS' = \sqrt{11}$	$BE = \sqrt{16}$	$I'D = \sqrt{21}$
$PT = \sqrt{2}$	$QQ' = \sqrt{7}$	$BD = \sqrt{12}$	$FK = \sqrt{17}$	$KS = \sqrt{22}$
$DR = \sqrt{3}$	$AF = \sqrt{8}$	$HK = \sqrt{13}$	$KN = \sqrt{18}$	$MM' = \sqrt{23}$
$AB = \sqrt{4}$	$BR = \sqrt{9}$	$BS = \sqrt{14}$	$KD = \sqrt{19}$	$MN' = \sqrt{24}$
$HT = \sqrt{5}$	$BL = \sqrt{10}$	$LL' = \sqrt{15}$	$FG = \sqrt{20}$	$KE = \sqrt{25}$

*Podle L. Mascheroního a A. N. Kostovského.*

**Andrew Sutton: Pravitko a kružítko  
Praktické geometrické konstrukce**

Copyright © 2009 by Daud Sutton

© Wooden Books Limited, 2009

Published by Arrangement with Alexian Limited.

Translation © Marek Pečenka, 2017

Design and typeset by Wooden Books Ltd, Glastonbury, UK.

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této publikace nesmí být rozmnožována a rozšiřována jakýmkoli způsobem bez předchozího písemného svolení nakladatele.

Druhé vydání v českém jazyce (první elektronické).  
Z anglického originálu *Ruler & Compass. Practical Geometric  
Constructions* přeložil Marek Pečenka.

Odpovědná redaktorka Klára Soukupová.

Sazba a konverze do elektronické verze Michal Puhač.

V roce 2017 vydalo nakladatelství Dokofán, s. r. o.,

Holečkova 9, 150 00 Praha 5,

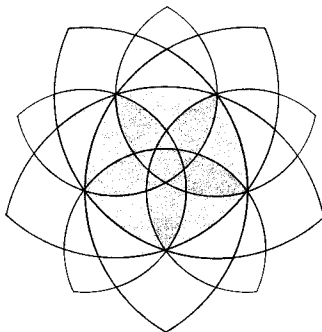
dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz,

jako svou 891. publikaci (261. elektronická).

**ISBN 978-80-7363-830-6**

PRAVÍTKO  
A  
KRUŽÍTKO

PRAKTICKÉ GEOMETRICKÉ  
KONSTRUKCE



*Andrew Sutton*

## Na památku Johna Michella.

Díky Nikkí za to, že se smířila s další knihou.

Díky Robertovi a Burkardovi, že zkontrolovali konstrukce a celý text.

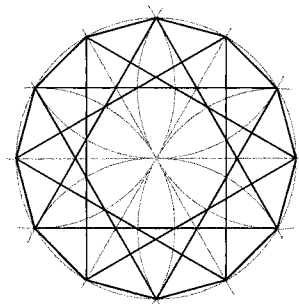
Rovněž díky M. C. Percivalovi, který mě jako první zasvětil do konstrukcí pomocí pravítka a kružítko.

Zvláštní poděkování pak patří těm všem geometrům, jejichž práce jsou obsaženy v této malé knize.

Pro tento knižní výběr byly klíčové následující práce:

J. L. Berggren, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*; Wm. Fitch Cheney, *Can We Outdo Mascheroni?* (článek); Robert Dixon, *Mathographics*; T. W. Good, *Plane & Solid Geometry*; Jay Hambidge, *The Elements of Dynamic Symmetry*; Joseph Harrison & G. A. Baxandall, *Practical Plane & Solid Geometry for Advanced Students*; Robin Hartshorne, *Geometry: Euclid and Beyond*; T. L. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*; E. W. Hobson, *Squaring the Circle*; Jay Kappraff, *A Secret of Ancient Geometry in Geometry at Work*; A. N. Kostovskij, *Geometrical Constructions Using Compasses Only*; Mark A. Reynolds, *Geometric and Harmonic Means and Progressions* (článek); Paul Rosin, *On Serlio's Construction of Ovals* (článek); A. S. Smogorzhevskij, *The Ruler in Geometrical Constructions*; Henry J. Spooner, *The Elements of Geometrical Drawing*; Dwarka Nath Yajvan & prof. G. Thibout, *Baudhayan Sulbasutram*; webové stránky Jima Loye, obzvláště o trisekci, [www.jimloy.com](http://www.jimloy.com); *Forum Geometricorum* (online časopis), [forumgeom.fau.edu](http://forumgeom.fau.edu)

Není-li zmíněn konkrétní zdroj, pak jde s výjimkou několika málo autorových adaptací a jednoduchých konstrukcí o úlohu standardní a dobře známou.



# OBSAH

Úvod	1
Základy	2
Kolmice	4
Rovnoběžky	6
Trojúhelníky	8
Čtverce a kosočtverce	10
Násobení ploch	12
Šestiúhelníky a dvanáctiúhelníky	14
Osmiúhelníky	16
Středý trojúhelníku	18
Kružnice vepsané	20
Tečny	22
Více tečen	24
Více kružnic vepsaných	26
Rozdělení úsečky	28
Průměry	30
Zlatý řez	32
Pětiúhelníky a desetiúhelníky	34
Možnosti	36
Neusis	38
Sedmiúhelník	40
Přibližné mnohoúhelníky	42
Dělení obdélníků	44
Proporcionální obdélníky	46
Spirály	48
Elipsy a ovály	50
Zarezlé kružítka	52
Samotné kružítka	54
Dodatek – konstrukce mřížek	56
Dodatek – kombinace mnohoúhelníků	58



kružnice



poloměr



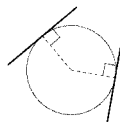
průměr



oblouk



tětivy



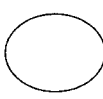
tečny



půlkružnice



okružová výseč



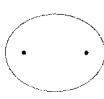
elipsa



hlavní osa



vedlejší osa



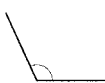
ohniska



ostrý úhel



pravý úhel



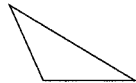
tupý úhel



ostrohý trojúhelník



pravoúhly  
trojúhelník



tupoúhly trojúhelník



strana



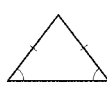
výška



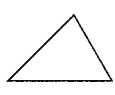
přepona



rovnoramný  
trojúhelník



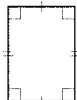
rovnoramenný  
trojúhelník



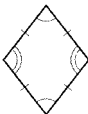
obecný trojúhelník



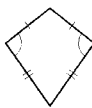
čtverec



obdélník



kosočtverec



deltoid



pětúhelník



šestiúhelník



sedmúhelník



osmúhelník



devítúhelník



desetúhelník



jedenáctúhelník



dvanactúhelník



třináctúhelník



# ÚVOD

---

Umění geometrické konstrukce lze vystopovat v rozšířené praxi, kdy lidé za pomoci kolíků a provazu sestavovali jednoduché tvary a prováděli měření. *Geometrie* doslova znamená země-měření. Staroegyptští „natahovači provazu“ – *harpenodaptai* – přeměřovali hranice pozemků po každoroční nilské záplavě. Prastaré indické metody konstrukce oltářů najdeme zase v *Šulba sútrách*. Později prováděli lidé podobné konstrukce i v menším měřítku. Platón († asi 347 př. n. l.) jako první stanovil striktní podmínku, že může být užito jen pravítka a kružítko, tedy ideálních tvarů přímky a kružnice.

Tato kniha má posloužit jako malý praktický průvodce touto disciplínou, inspirována byla příručkami pro řemeslníky z pera Abu'l Wafy († 998) a Albrechta Dürera († 1528). Text přináší trochu matematického kontextu a historie, ale nikoli důkazy. Avšak pokud není zmíněno jinak, všechny konstrukce jsou matematicky přesné. Doporučuji čtenářům, aby si je sami vyzkoušeli sestrojít – na papíře neexistuje adekvátní náhrada za pravítko a kružítko.

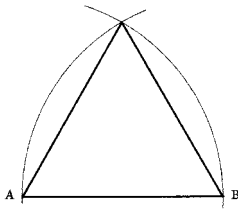
Kniha používá jednoduchý systém. *Přímka*  $AB$  znamená: *narýsuj přímku, která prochází body  $A$  a  $B$ . Úsečka* označuje část přímky mezi dvěma krajními body. *Kružnice*  $O-A$  znamená: *narýsuj kružnici se středem v bodě  $O$  a procházející bodem  $A$ . Kružnice o poloměru  $AB$  a se středem  $O$  znamená: *Naber kružítkem délku  $AB$  a pak narýsuj kružnici se středem v bodě  $O$ . Oblouk* se užívá tam, kde místo celé kružnice postačí narýsovat jen její část. Aby se zvětšila přesnost konstrukce, přidává se občas pár bodů navíc, např. *přímka*  $ABC$ , *kružnice*  $O-AB$ . Nově sestrojené body jsou v závorekách. Jen mimořádně není přímka, již je možné vést novými body, zakreslena a je jen zmíněna. Pro úsporu místa mohou být rovněž jednotlivé fáze konstrukce slučovány. Ale žádný strach. Všechno bude jasné.*

# ZÁKLADY

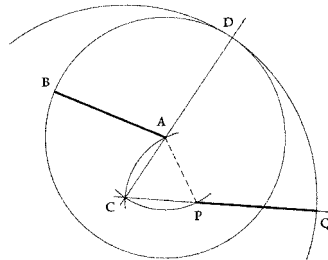
## trojúhelníky a kopírování úhlů

Eukleidovy *Základy* (asi 300 př. n. l.) jsou jednou z nejzásadnějších prací, které kdy byly o matematice napsány. Eukleides vychází z jednoduchých axiomů a logicky dokazuje pravdivost vět v geometrii a teorii čísel. Axiomy zahrnují například tvrzení, že je možné spojit dva body úsečkou či sestrojít kružnici se středem v jednom bodě a procházející druhým bodem. Ale Eukleides nikdy neměří vzdálenost mezi dvěma body a nekreslí kružnici o tomto průměru – *kružítka se jakoby složí*, jakmile opustí rovinu.

Po první úloze, kterou sestrojí rovnostranný trojúhelník, Eukleides dokáže, že i jednoduché *sklapovací kružítko* může odměřit vzdálenost mezi dvěma body a přenést ji tak, aby mohl sestrojít kružnici se středem kdekoli jinde (úloha 2). Praktické konstrukce, které používají kružítko k přenášení délky přímo, tak proto mohou být stále považovány za eukleidovské – další kroky dle konstrukce 2 se prostě nezakreslí.



1. Rovnostranný trojúhelník s danou stranou:
  1. Oblouk A-B;
  2. Oblouk B-A a vzniklý průsečík



2. Přenesení vzdálenosti AB:
  1. Oblouky A-P, P-A (C);
  2. Přímkou CA, CP;
  3. Kružnice A-B (D); oblouk C-D (Q)  
PQ = AB