Jana Coufalová

MATEMATIKA S DIDAKTIKOU

PRO 1. ROČNÍK UČITELSTVÍ 1. STUPNĚ ZŠ

ZÁPADOČESKÁ
UNIVERZITA
V PLZNI

Jana Coufalová

Matematika s didaktikou

pro 1. ročník učitelství 1. stupně ZŠ

Matematika s didaktikou pro 1. ročník učitelství 1. stupně ZŠ

doc. PaedDr. Jana Coufalová, CSc.

Odborní recenzenti:
PhDr. M. Kaslová
doc. J. Horálková, CSc.

Typografická úprava:
Kristina Rumpíková

Grafický návrh obálky:
Tereza Saitzová

Vydala:
Západočeská univerzita v Plzni
P.O.Box 314, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň

5. vydání (1. elektronické), 87 stran
Pořadové číslo: 2237, ediční číslo: 55-028-16
Plzeň 2016

ISBN 978-80-261-0695-1
ISBN 978-80-261-0649-4 (tištěná verze)
DOI https://doi.org/10.24132/ZCU.2016.06951

Obsah

Úvod

S přirozenými čísly jste se jistě seznámili ještě dříve, než jste začali chodit do školy. Jsou to čísla, se kterými se nejčastěji setkáváte v běžném životě. Zdálo by se tedy, že o nich také nejvíce víte. Položili jste si ale někdy otázku, co je to přirozené číslo? Odpovědět na ni není tak snadné, jak by se na první pohled mohlo zdát.

V každodenní praxi se setkáváme s různým významem přirozeného čísla. Kupujete tři housky - prodavačka zaloví v bedýnce housek a libovolné tři z nich vám podá. Máte si prostudovat v knize další tří stránky - určitě nenastudujete libovolné tři stránky, ale tři strany po sobě jdoucí. Jedete tramvají číslo 3 - žádné tři tramvaje za sebou nejedou, ale ta vaše má určité označení.

Z uvedených příkladů je zřejmé, že odpovědět na otázku: „Co je přirozené číslo?“ bude vyžadovat studium několika teoretických přístupů k dané problematice. Tento učební text Vám má pomoci seznámit se s přirozenými čísly tak, abyste se nedostávali do problémů při jejich zavádění na 1. stupni základní školy. Nebudeme se stavět do pozice, že o přirozených číslech nevíme vůbec nic, ale budeme Vaše dosavadní poznatky konfrontovat s novými.

V textu najdete několik matematických vět i s jejich důkazy. Nepředpokládá se, že se budete učit reprodukovat všechny důkazy. Při studiu byste se měli především snažit o pochopení jednotlivých prováděných kroků. Některé věty jsou naopak uváděny bez příslušného matematického důkazu. V takových případech je třeba mít na paměti, že v matematické teorii nelze bez důkazu považovat taková tvrzení za pravdivá. Omezený rozsah tohoto textu neumožňuje uvádět všechny důkazy a pro potřeby studia učitelství 1. stupně ZŠ by to ani nebylo účelné. Případné zájemce odkazuji na další odbornou literaturu.

Problematika teorie přirozených čísel a metodiky jejich zavedení a používání je natolik rozsáhlá, že ji nelze vtěsnat do jednoho učebního textu. Předpokládá se, že budete ve studiu používat i další literaturu. Seznam některých vhodných titulů najdete na konci této publikace. Abyste dostatečně pochopili naznačené metodické postupy a především je uměli aplikovat, pracujte při studiu učebního textu současně s učebnicemi, pracovními sešity a dalšími materiály pro výuku matematiky na 1. stupni ZŠ. Často uvidíte, že přechod od jazyka matematické teorie k jazyku dětí není snadný. Některé příklady a cvičení vám k takovému přechodu dávají návod.

Děkuji všem, kdo se na vydání učebního textu podíleli, především recenzentům Doc. Jaroslavě Horálkové, CSc. a PhDr. Michaele Kaslové z Pedagogické fakulty UK v Praze za pozorné přečtení textu a cenné náměty a připomínky. Poděkování patří i paní Ludmile Voldřichové za přepsání náročného matematického textu.

V Plzni 15. října 1993 Autorka

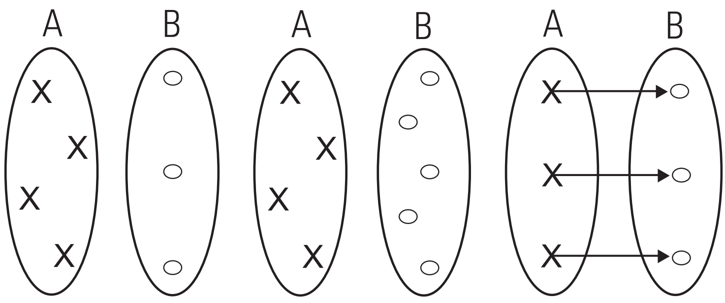
Přirozená čísla

jako kardinální čísla konečných množin

Ekvivalence množin

S pojmem „ekvivalence" jste se již setkali v učivu o relacích a jejich vlastnostech. Každá relace R v množině M, která je reflexivní, symetrická a tranzitivní, se nazývá relace ekvivalence. Nyní se setkáváme s pojmem „ekvivalence" v dalším významu - ekvivalence jako určitá relace (určitý vztah) mezi množinami.

Def. 1.1.: Množina A je ekvivalentní s množinou B právě tehdy, když existuje prosté zobrazení množiny A na množinu B. Zapisujeme A ~ B.



a) *b)* *c)*

V případě a), b) neexistuje prosté zobrazení A na B (Proč?), množiny A, B nejsou ekvivalentní. V případě c) prosté zobrazení A na B existuje (Mohou být šipky i jinak?), platí A ~ B.

Někomu by se mohlo zdát, že místo: „Množiny A, B jsou ekvivalentní" můžeme říkat: „Množiny A, B mají stejný počet prvků". Zkusme, zda bude tato představa odpovídat i u jiných množin.

Př.: Zjistěte, zda S ~ N, kde S je množina všech sudých přirozených čísel a N množina všech přirozených čísel.

Nelze uvažovat takto: Množina N obsahuje sudá i lichá čísla, má tedy více prvků než množina S. Dané množiny nejsou ekvivalentní.

Musíme postupovat podle definice. Zjišťujeme, zda existuje prosté zobrazení S na N. Zvolme například zobrazení Z dané předpisem

$$y = \frac{1}{2}x \text{ , kde } x \in S,\ y \in N.$$

x	0	2	4	6	8	...
y	0	1	2	3	4	...

Snadno ověříme, že zobrazení Z je prostým zobrazením množiny S na množinu N. Z existence takového zobrazení vyplývá, že množiny S a N jsou ekvivalentní.

Všimněme si uvedeného příkladu podrobněji. Pro dané množiny platí vztah $S \subset N$. Právě jsme tedy dokázali, že množina N je ekvivalentní se svojí podmnožinou S. Zvolíme nyní například množinu A, která má 3 prvky. Tato množina není ekvivalentní s žádnou svojí podmnožinou A' (A'≠ A). Provedené úvahy vedou k definici konečné množiny:

Def. 1.2.: Množina A je konečná právě tehdy, když není ekvivalentní s žádnou svojí vlastní podmnožinou.

Definice kardinálního čísla

V dalších úvahách označíme *M* systém množin, který bude obsahovat:

- prázdnou množinu
- jednoprvkovou množinu
- pro každé dvě množiny A, B i jejich sjednocení (A U B) a kartézský součin (A x B)
- pro každé dvě množiny A, B i množinu B' ekvivalentní s B, pro kterou platí $A \cap B' = \emptyset$.